UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
FACULDADE DE DIREITO
CURSOS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DIREITO
MESTRADO EM DIREITO DAS RELAÇÕES SOCIAIS

Ciência do Direito e Lógica Deôntica Paraconsistente

CURITIBA
1999

CESAR ANTONIO SERBENA

Ciência do Direito e Lógica Deôntica Paraconsistente

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Direito das Relações Sociais, Curso de Pós-Graduação em Direito - Faculdade de Direito, Setor de Ciências Jurídicas, Universidade Federal do Paraná.
Orientador: Prof. Dr. Celso Ludwig
Co-orientador: Prof. Dr. Décio Krause

CURITIBA
1999

Banca Examinadora

Prof. Dr. Celso Ludwig
Orientador

Prof. Dr. Décio Krause
Co-orientador

Prof. Dr. Roberto José Vernengo

Para Patrícia.

AGRADECIMENTOS

A meus pais.

Ao Prof. Alvino Moser, pelas primeiras aulas de lógica.

Ao Prof. Celso Ludwig, pela constante atenção e disponibilidade.

Ao Prof. Décio Krause, pelo estímulo, entusiasmo, amizade e apoio incondicional, sem o qual este trabalho não poderia ter sido feito.

A José Renato G. Cella, pelas frutíferas discussões e valiosas críticas.

À CAPES, pelo auxílio financeiro.

SUMÁRIO

RESUMO

A lógica deôntica paraconsistente é uma lógica com modalidades deônticas, como *obrigatório, proibido, permitido* e *facultativo*, construída sobre um cálculo paraconsistente. Este último é um tipo de lógica não-clássica que admite inconsistências e contradições, tais como uma fórmula e sua negação como ambas verdadeiras, porém não é trivial, ou seja, de uma contradição não é possível deduzir qualquer fórmula. A partir de KELSEN, VON WRIGHT, MAZZARESE, e BOBBIO, são conceituadas antinomias e paranomias normativas, bem como contradição de normas, procurando demonstrar a relevância da lógica deôntica paraconsistente para a Ciência do Direito, em questões levantadas pelos autores mencionados. Também são expostos sistemas de lógica deôntica standard, seus paradoxos, o cálculo paraconsistente de DA COSTA e diversos sistemas de lógica deôntica paraconsistente. A dissertação inclui uma análise não formal dos sistemas, juntamente com comentários críticos. Ao final são apresentadas possibilidades de investigações futuras.

ABSTRACT

The paraconsistent deontic logic is a logic with deontic modalities, how *duty*, *forbidding*, *permission* and *facultative*, built on paraconsistent calculus. This is a kind of non-classical logic that inconsistencies and contradictions are admitted, how a formula and your negation are either true, but it is not trivial, that is, any formula is not deducible from a contradiction. The conceptions of normative antinomies, normative paranomies and contradiction of norms are exposed in theories of KELSEN, VON WRIGHT, MAZZARESE and BOBBIO, to design de weightiness of paraconsistent deontic logic to Science of Law. Different systems of standard deontic logic, yours paradoxes, paraconsistent calculus of DA COSTA and various systems of paraconsistent deontic logic are exposed. The dissertation includes a non formal analysis of the systems with critical comments. Possibilities of future inquires are presented at end.

INTRODUÇÃO

Um antigo paradoxo é devido a Protágoras, filósofo e famoso professor de leis da Grécia antiga. O paradoxo de Protágoras consiste no seguinte caso: Protágoras e Eátulus concordaram que o primeiro instruiria o segundo na arte da retórica e o pagamento pelo ensino seria pago se e somente se Eátulus vencesse seu primeiro caso. Eátulus completou seu curso mas não conseguiu nenhum caso. Algum tempo passou e Protagoras levou seu estudante ao juízo. Os seguintes argumentos foram apresentados ao juiz na corte.

Protágoras: Se eu ganho o caso, então Eátulus deve me pagar em virtude do seu veredicto. Do outro lado, se ele ganhar o caso, então ele terá ganho seu primeiro caso; logo, ele deverá pagar-me, em virtude de nosso acordo. Em cada caso, ele deve pagar-me. Logo, ele é obrigado a pagar o que me deve.

Eátulus: Se eu vencer este caso, então, pelo seu veredicto, eu não tenho que pagar. Se, entretanto, Protágoras vencer o caso, então eu não terei ainda vencido meu primeiro caso; logo, pelo nosso acordo, eu não tenho que pagar. Se eu vencer o caso ou Protágoras vencê-lo, eu não tenho que pagar. Em todo caso eu não estou obrigado a pagar o custo do ensino.

Quem estava certo?

A Ciência do Direito, desde a Grécia antiga, teve como um de seus objetos de reflexão paradoxos como o de Protágoras. Diversos outros paradoxos surgiram posteriormente, de modo que, talvez, a filosofia e a ciência nunca tenham estado livres da sua existência.

Os paradoxos têm sua importância pelo fato que representam os limites conceituais da própria disciplina ou ramo do conhecimento em que surgem. A própria maneira de entendê-los é tão fundamental quanto as tentativas para a sua superação.

Certamente a Ciência do Direito desenvolveu métodos, técnicas argumentativas e práticas para evitar paradoxos e antinomias, como a aplicação da analogia e da eqüidade, de princípios como o que não está proibido, está permitido, e de critérios, como o critério hierárquico, cronológico ou de especialidade. É consenso a opinião de que a Ciência do Direito lida com um objeto que pode apresentar contradições, antinomias e incertezas. Se não fosse esse o caso, não teria desenvolvido técnicas para a sua eliminação. Esta característica específica do fenômeno jurídico colocou diversos problemas e obstáculos para a edificação e construção de uma racionalidade jurídica. Seguindo WEBER, podemos afirmar que a consolidação de um direito racional formal é fenômeno histórico recente. A preocupação com a racionalidade da própria Ciência do Direito é um tema complexo, pois é possível identificar preocupações desta natureza já em LEIBNIZ.

Sem adentrar nesta questão, o que queremos afirmar é que a Ciência do Direito, embora reconhecendo que seu objeto não obedece o princípio da não contradição, pelo menos a própria Ciência do Direito deveria fazê-lo. Realmente a resolução de uma contradição é importante para a efetividade da prática jurídica, pois, em uma de suas acepções, ela soluciona os conflitos sociais. O que ocorre é que, a partir do surgimento das lógicas paraconsistentes, que demonstram que o princípio da não contradição não é um requisito essencial para a própria lógica, temos uma situação nova, não do ponto de vista da prática jurídica, pois aí as contradições demandam e continuarão demandando uma solução, mas do ponto de vista teórico e filosófico da Ciência do Direito, pois noções como lógica e razão, essenciais para qualquer ciência, mudam seu significado clássico[1].

Esta dissertação faz uma reflexão sobre o tema dos paradoxos e das contradições dentro da Ciência do Direito, mas a partir de um referencial específico, de um caso particular de lógica não-clássica: da lógica deôntica paraconsistente. Somente a partir da lógica é possível definir em última instância o que é um paradoxo ou contradição lógica.

A adoção deste referencial não significa que:

a) estão descartadas outras possibilidades para o tratamento do tema. Como indicado no trabalho, há diversos sistemas lógicos alternativos que partem de outras premissas e obtém resultados importantes e interessantes, como as lógicas não-monotônicas.

b) é possível explicar a totalidade do fenômeno jurídico e suas contradições a partir do nosso referencial. Não há sistema lógico conhecido que tenha realizado tal tarefa. O que podemos fazer é na verdade tentar reconstruir formalmente, com auxílio do aparato

---

1 Áreas da ciência como a física e a geometria passaram por revoluções similares à ocorrida com a lógica, a partir do surgimento das lógicas não-clássicas. A física foi profundamente afetada em seus conceitos pela Teoria da Relatividade e pela Mecânica Quântica, assim como os conceitos da geometria pelas geometrias não-euclidianas. O aspecto interessante é que estas revoluções científicas não ocorrem isoladas em cada área da ciência, possuindo ligações profundas entre si. Deste modo Bachelard já reivindicava uma lógica não-aristotélica (BACHELARD, Gaston. *A filosofia do não.* Trad. José Joaquim Moura Ramos et. al. Col. Pensadores. São Paulo, Abril Cultural, 1978. p.64). Uma discussão autorizada sobre o assunto já era feita por Heisenberg: "*Esse fato de que a linguagem utilizada pelos físicos peca por uma imprecisão que não temos como evitar conduziu então a tentativas de definição de uma linguagem nova e precisa que obedecesse a certos esquemas lógicos, em plena conformidade com a formulação matemática da teoria quântica. O resultado dessas tentativas, da autoria de Birkhoff e Neumann, e mais recentemente por parte de Weizsäcker, pode ser descrito dizendo-se que o esquema matemático da teoria quântica pode ser interpretado como uma extensão ou modificação da lógica clássica. É, em especial, um dos princípios fundamentais da lógica clássica que parece requerer uma nova concepção, como discutiremos a seguir*".(HEISENBERG, Werner. *Física e filosofia.* 4ª ed. Trad. Jorge Leal Ferreira. Brasília, Ed. Universidade de Brasília, 1998. p.250). Outras obras que demonstram a ligação profunda entre ciência atual e filosofia são: DA COSTA, N.C.A. *O conhecimento científico.* São Paulo, Discurso Editorial, 1997; PRIGOGINE, Ilya; STENGERS, Isabelle. *A nova aliança: metamorfose da ciência.* Trad. Miguel Faria e Maria Joaquina Machado Trincheira. Brasília, Editora Universidade de Brasília, 1984; e PRIGOGINE, Ilya. *The Rediscovery of Time.*In *Logic, Methodology and Philosophy of Science VIII.* J.E.Fenstad et al. eds. Elsevier Science Publishers B.V., 1989. p. 29-46.

lógico, parcelas deste fenômeno, como o raciocínio jurídico, as relações entre conjuntos de enunciados morais e legais e as operações lógicas de dedução feitas a partir de um código normativo inconsistente. Esta reconstrução não é cega e ingênua. Ao lado de todos os sistemas formais apresentados, são anotadas observações críticas sobre as vantagens e desvantagens de cada um dos sistemas, principalmente dos autores que os propuseram.

c) a metodologia utilizada, ou seja, a edificação de sistemas axiomáticos e dedutivos, leva aos melhores resultados dentro da Ciência do Direito. Temos que reconhecer que a maioria das inferências utilizadas na atividade argumentativa prática dos juristas não é válida segundo as leis da lógica tradicional, como argumentos *a simile* (uso da analogia) ou *a minore ad maius*[2]. Mas por que então utilizá-la? Respondemos apontando duas razões.

Primeiro, o uso destes sistemas constituem a maneira mais rigorosa que possuímos para precisar certos conceitos e noções, como o de inferência, premissa, dedução, validade, contradição, dentre outros. A precisão do método não implica em precisão do resultado, pelo menos na Ciência do Direito. Da aplicação destes sistemas surgirão resultados pouco coerentes, mas justamente neles é que podemos avaliar suas vantagens e precisar o local onde se verifica a incoerência, o que não é possível ao se utilizar métodos intuitivos. Vale aqui a analogia com o método empregado pela teoria lingüística de CHOMSKY:

---

[2] Deste fato resulta a importância de teorias como a *Nova Retórica* de PERELMAN ou a *Tópica* de VIEHWEG. Não podemos reduzir o raciocínio jurídico à dedução da conclusão a partir das premissas, porque em diversos casos o estabelecimento das premissas é tão importante quanto a conclusão. Nossa opinião é de que propostas como a *Nova Retórica* e a *Tópica* são complementares aos métodos formais na Ciência do Direito, e não opostos ou excludentes.

> A procura de uma formulação rigorosa, em lingüística, inscreve-se dentro de uma motivação bastante mais séria do que uma mera preocupação com sutilezas lógicas ou um desejo de depurar métodos fortemente enraizados de análise lingüística. A construção de modelos precisos para a estrutura lingüística pode desempenhar um importante papel, tanto negativo, quanto positivo, no próprio processo de descoberta. Ao chegar, através de uma formulação rigorosa mas inadequada, a uma conclusão inaceitável, torna-se freqüentemente possível detectar a causa exata dessa inadequação e, a partir daí, chegar a uma compreensão mais profunda dos dados linguísticos. De forma mais positiva, uma teoria formalizada poderá, automaticamente, fornecer soluções para problemas que ultrapassam o âmbito daqueles para que foi explicitamente elaborada. Noções obscuras e intuitivas não conduzem a conclusões absurdas nem tão pouco ao fornecimento de resultados novos e corretos, pelo que falham em dois importantes aspectos[3].

Segundo, o estado atual da lógica apresenta enormes progressos em múltiplas direções. Tais progressos converteram a lógica em uma das disciplinas científicas mais fecundas por seus métodos e resultados. Não seria possível falar de lógica, tanto dela mesma como aplicada a algum ramo do conhecimento científico (como "lógica jurídica"), sem utilizar de seus métodos, com o risco de formular um discurso que não toque seriamente pontos importantes e profundos. Disso não resulta também que o método não deva ser adaptado ao ramo da ciência particular ao qual se aplica. No nosso caso, devemos ter claro suas limitações, que não são poucas.

O primeiro capítulo trata, num primeiro momento, de expor uma terminologia que permite precisar as antinomias e contradições entre normas. A terminologia difere de autor para autor. Nosso objetivo não foi a exaustão, mas a indicação de como KELSEN, VON WRIGHT, MAZZARESE e BOBBIO conceituam as antinomias normativas, e a partir delas, demonstrar a relevância da lógica deôntica paraconsistente para a Ciência do Direito. O segundo, o terceiro e o quarto capítulo introduzem conceitos formais do cálculo proposicional e expõem a lógica deôntica clássica e seus paradoxos. O quinto capítulo descreve o cálculo paraconsistente e os diferentes sistemas de lógica deôntica paraconsistente. É importante ressaltar que, juntamente à descrição dos sistemas, são

---

[3] CHOMSKY, Noam. *Estruturas Sintáticas*. Lisboa, Edições 70, 1980, p. 9.

apresentados comentários críticos aos mesmos, formulados pelos próprios autores citados, procurando mostrar suas vantagens e desvantagens.

Ainda nesta introdução, delineamos o contexto do surgimento das lógicas não clássicas e definimos alguns conceitos básicos para o entendimento dos capítulos seguintes, e dos quais faremos uso.

É costumeiro definir a Lógica como a disciplina que trata, dentre outras coisas, das inferências válidas. As inferências dedutivas são raciocínios cujas premissas não podem ser verdadeiras sem que a conclusão também o seja.

Outro tipo importante de inferência são as induções, que podem ser entendidas (em um sentido distinto daquele criticado, por exemplo, por David HUME) como sendo argumentos tais que a veracidade da conclusão não se segue necessariamente da veracidade das premissas, mas a veracidade da conclusão é de algum modo plausível à luz da veracidade das premissas. Medir este "grau de plausibilidade" é algo importante e difícil, em geral sendo atribuída à conclusão uma certa probabilidade[4].

Esta dissertação aborda somente os aspectos da lógica dedutiva, ou seja, da lógica que trata do primeiro tipo de inferência, ainda que as inferências indutivas sejam de fundamental importância para a Ciência do Direito.

Historicamente, a lógica originou-se na obra de ARISTÓTELES, e permaneceu durante 2000 anos sob a forma por ele abordada. KANT sustentou que a lógica, desde o Estagirita, não mais havia se desenvolvido e se constituía numa ciência acabada.

Mas, a partir do século XIX, as investigações lógicas passaram pelo início do que seria uma verdadeira transformação neste domínio do conhecimento, com a obra de G.

---

[4] Recentemente. N.C.A DA COSTA desenvolveu um conceito de probabilidade pragmática que se aplica nesses casos (ver *Pragmatic probability*, *Erkenntnis*, 25. 1986. p. 141-162. Ver também Cap.3 de *O conhecimento científico*. 1997.).

BOOLE (1815-1864), A. DE MORGAN (1806-1871) e sobretudo com G. FREGE (1848-1925). G. LEIBNIZ (1646-1716) pode ser apontado como um dos precursores desta mudança. No início deste século, depois de Bertrand RUSSEL (1872-1970) é que se configurou efetivamente o progresso revolucionário que transfigurou a lógica atual.

Segundo N. C. A. DA COSTA, a lógica atual pode ser classificada em lógicas clássicas e lógicas não-clássicas, e esta última em duas categorias: as complementares da lógica clássica e as rivais da lógica clássica:

> Embora abusando um pouco do vocabulário técnico da lógica, podemos dizer que a lógica clássica consiste no que se costuma denominar cálculo de predicados de primeira ordem, bem como de algumas de suas extensões, como v.g., certos sistemas de teoria dos conjuntos e determinados cálculos de predicados de ordem superior. Essencialmente, a lógica clássica versa, em sua parte dita elementar, com base em certas posições sintáticas e semânticas subjacentes, sobre os chamados conectivos lógicos (conjunção, disjunção, negação, implicação, equivalência, ...), sobre os quantificadores ("todos", "todo", "algum", "alguns", "algumas"...) e sobre o predicado de igualdade. Em sua porção não elementar, a lógica tradicional investiga a noção de pertinência (na acepção em que, por exemplo, afirmamos a sentença "Bertrand Russel pertence ao conjunto dos filósofos") e outras noções alternativas.[5]

Assim, a silogística aristotélica é encerrada pela lógica clássica atual como um caso particular.

As lógicas não-clássicas rivais surgem quando determinados princípios básicos, de natureza sintática e semântica da lógica clássica são derrogados.

As lógicas não-clássicas complementares podes ser entendidas como ampliando e complementando o escopo da lógica-clássica, sem colocar em xeque suas leis centrais e alargando o âmbito de suas aplicações. As lógicas complementares apenas modificam o aparato lingüístico sob o ponto de vista sintático, adaptando a contraparte semântica de

---

[5] DA COSTA, Newton C. A. *As lógicas não-clássicas*. Folhetim (Suplemento do Jornal Folha de S. Paulo) 331, de 22-05-1983.

maneira não essencial, sem derrogar os princípios nucleares clássicos. Como afirma N. C. A. DA COSTA com relação às lógicas complementares:

> Por exemplo, podemos acrescentar à lógica tradicional operadores modais, isto é, operadores expressando os conceitos lógicos de necessidade, de possibilidade, de impossibilidade e de contingência; obtém-se, assim, a lógica modal usual, que, em sua forma hodierna, originou-se com C. I. Lewis, em princípios deste século. Também nada impede que se adicione à lógica clássica operadores deônticos, formalizando-se as idéias correspondentes às palavras "proibido", "permitido", "indiferente" e "obrigatório", dando nascimento à lógica deôntica, elaborada sobretudo por G. H. Von Wright (1951). Introduzindo-se operadores temporais, por exemplo, símbolos refletindo as flexões temporais dos verbos das linguagem naturais, nas estruturas lógicas clássicas, constrói-se a lógica do tempo ou lógica cronológica, cultivada em nossos dias sobretudo por A. N. Prior, nos anos 60. Enfim, poderíamos suplementar a lógica clássica de várias outras maneiras, advindo numerosas lógicas não-clássicas, tais como a lógica epistêmica e a lógica dos imperativos, todas elas complementando a lógica clássica.[6]

Com relação às lógicas não-clássicas rivais da lógica tradicional, a situação é totalmente diferente. Elas foram formuladas como novas lógicas destinadas a substituir a lógica clássica em alguns domínios do saber ou em todos, pelas deficiências e limitações inerentes à lógica tradicional. Há várias lógicas rivais da clássica, também conhecidas como heterodoxas.

Dentre outras leis vigentes na lógica clássica, há três mais célebres e que se denominam lei da identidade, lei da contradição (ou lei da não-contradição) e lei do terceiro excluído, podendo ser assim definidas:

1) Lei da identidade: todo objeto é idêntico a si mesmo; 2) Lei da contradição: dentre duas proposições contraditórias, isto é, umas das quais é a negação da outra, uma delas é falsa; 3) Lei do terceiro excluído: de duas proposições contraditórias, uma delas deve ser verdadeira.

---

[6] Ibid.

A lógicas heterodoxas mais conhecidas e discutidas distinguem-se, precisamente, por derrogarem pelo menos uma das leis precedentes. A lógicas não-reflexivas derrogam a lei da identidade, as lógicas paraconsistentes derrogam o princípio da contradição e as lógicas paracompletas derrogam a lei do terceiro excluído.

O surgimento das lógicas heterodoxas revolucionaram as concepções tradicionais, adquirindo suma importância, pois, segundo N. C. A. DA COSTA:

> precisamente, por derrogarem pelo menos uma das leis precedentes (que, em formulações as mais variadas, eram designadas pela expressão 'leis fundamentais do pensamento', talvez porque se acreditasse que sem elas não poderia haver pensamento racional, pensamento logicamente concatenado). Todavia, as lógicas heterodoxas provaram que o pensamento lógico-racional pode se exercitar mesmo sem obedecer a essas leis fundamentais da razão, libertando essa faculdade do jugo duas vezes milenar de semelhantes leis que pareciam absolutamente impossíveis de serem revogadas.[7]

A lógica paraconsistente surgiu com os trabalhos do Prof. Newton Carneiro Affonso DA COSTA, principalmente com a apresentação de sua tese de cátedra em Análise Matemática e Análise Superior, na antiga Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade Federal do Paraná, em maio de 1964, intitulada "*Sistemas Formais Inconsistentes*"[8]. Praticamente este trabalho inaugurou um novo campo de estudos, o da paraconsistência, com aplicações na ciência da computação, nos fundamentos da matemática e da física quântica, na filosofia do direito, na ética e em outros domínios do conhecimento[9].

Nos parágrafos anteriores afirmávamos que a lógica paraconsistente derroga o princípio da não-contradição, característico da lógica clássica. Convém caracterizar,

---

[7] Ibid.

[8] DA COSTA, N.C.A. *Sistemas Formais Inconsistentes*. Curitiba, Editora da UFPR, 1993.

[9] Recentemente, em 29 de julho de 1997, realizou-se em Ghent, na Bélgica, o Primeiro Congresso Mundial sobre Paraconsistência, abarcando temas relativos às áreas mencionadas.

ainda que de maneira geral, o conteúdo da lógica paraconsistente, segundo N. C. A. DA COSTA:

> Suponhamos que a linguagem subjacente a uma teoria dedutiva F contém um símbolo para a negação. Então, F é dita ser inconsistente se e somente se possui dois teoremas, um dos quais é a negação do outro; caso contrário, F é dita consistente. A teoria é dita trivial se e somente se todas as fórmulas (ou todas as sentenças) da linguagem de F são teoremas de F; caso contrário, F chama-se não trivial.
> É bem sabido que se a lógica de F é a lógica clássica (ou mesmo qualquer dentre várias das lógicas heterodoxas, como por exemplo a lógica intuicionista usual), F é trivial se e somente se é inconsistente. Consequentemente, se queremos desenvolver teorias que são inconsistentes mas não triviais, devemos construir novas lógicas. Falando por alto, um sistema de lógica é paraconsistente se pode ser empregado como lógica subjacente a teorias inconsistentes porém não triviais.[10]

Desse modo, o Prof. DA COSTA separou os conceitos de inconsistência e trivialidade, até então inseparáveis nas lógicas de cunho clássico. Isto significa que nas lógicas paraconsistentes o princípio da não-contradição deve ser de alguma forma restringido, a fim de que possam aparecer contradições, mas procurando evitar que de duas premissas contraditórias se possa deduzir uma fórmula qualquer (ou seja, resultaria a trivialização do sistema).

Este aspecto da lógica paraconsistente possui especial relevo para a Ciência do Direito e para a Filosofia do Direito, na medida em que um ordenamento jurídico possui contradições (normas contraditórias entre si), ao mesmo tempo que a argumentação e o raciocínio jurídico não admitem a trivialidade, ou seja, que de uma contradição jurídica se possa deduzir qualquer conclusão. A lógica paraconsistente se mostra apta a manipular as contradições, sem que delas decorram o colapso do sistema.

Outro importante aspecto é que a lógica clássica permanece válida dentro do domínio da lógica paraconsistente. Deste modo, as duas lógicas não são excludentes entre si, como afirma Décio KRAUSE:

---

[10] Id. *A importância filosófica da lógica paraconsistente.* Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática, 1990, p. 97.

> Em cada um dos cálculos apresentados, a classe das proposições é decomposta em proposições de dois tipos: na classe das bem comportadas, toda fórmula válida do cálculo clássico também o será nos cálculos de Sistemas Formais Inconsistentes, com exceção de um deles, se A for mal comportada, pode ter-se $A \wedge \neg A$. Em resumo, a lógica clássica permanece válida para as proposições bem comportadas; isso implica que, não obstante as lógicas paraconsistentes de certa forma estenderem a lógica tradicional, permitindo certas investigações que não seriam possíveis à luz da lógica clássica, elas não visam (e nem forma construídas para) eliminar a lógica tradicional, que permanece válida em seu particular domínio de aplicabilidade. No entanto, as lógicas paraconsistentes podem substituir a lógica clássica em todas as aplicações desta.[11]

O advento da lógica paraconsistente gerou profundas indagações ao substituir o paradigma da lógica aristotélica. Esta mudança paradigmática vem se refletindo em diversos domínios do conhecimento, entre eles a Ciência do Direito, a qual procuramos analisar.

[11] KRAUSE, Décio. *Apresentação de Sistemas Formais Inconsistentes*. Curitiba, Ed. da UFPR, 1993. p. xi-xii.

Capítulo I

A RELEVÂNCIA DA LÓGICA DEÔNTICA PARACONSISTENTE PARA A CIÊNCIA DO DIREITO

Neste capítulo descrevemos, num primeiro momento, a concepção de KELSEN sobre a aplicabilidade do princípio da não contradição a normas e a teoria de VON WRIGHT sobre a incompatibilidade de normas. Também são apresentadas algumas precisões sobre as antinomias e paranomias, segundo T. MAZZARESE. Num segundo momento, demonstramos a relevância da lógica deôntica paraconsistente, discutindo algumas questões por ela sucitadas a estes temas, na medida em que ela implica numa revisão profunda de sua conceituação e de suas conseqüências.

1.1- KELSEN E A APLICABILIDADE DO PRINCÍPIO DA NÃO CONTRADIÇÃO A NORMAS

Na exposição de KELSEN estão pressupostas diversas teses, como a interpretação de norma jurídicas, sendo conhecimento do Direito, não poder produzir normas jurídicas; que toda norma é passível de ser reduzida a um enunciado ou todo dever-ser é traduzível a uma forma lógica de proposição de dever-ser; ou que a existência de uma norma jurídica é sua validade, que provém do fato de pertencer ou não à uma ordem jurídica válida. Não é nosso objetivo aqui discutí-las, mas somente descrever o princípio da não contradição e sua aplicabilidade (negativa) na teoria da normas de KELSEN.

Uma conhecida tese, pertencente não só ao pensamento de KELSEN mas também a HUME, afirma que às normas, aos imperativos e aos atos de vontade não são atribuíveis os valores lógicos de verdade e falsidade; logo, as leis da lógica, entre elas o princípio da não contradição, não são aplicáveis ao dever-ser, mas somente ao ser (o problema da aplicação das leis lógicas ao domínio normativo ficou conhecido na literatura sobre o tema de *Dilema de Jorgensen*[12]).. KELSEN em várias ocasiões manifestou-se solidário desta idéia, desde a *Teoria Pura do Direito* até à *Teoria Geral das Normas*: "*Enunciados que são verdadeiros ou falsos são o sentido de atos de pensamento. Normas são, porém, o sentido de atos de vontade dirigidos à conduta de outrem e, como tais, nem são verdadeiras nem falsas e, por conseqüinte, não subordinadas aos princípios da Lógica tradicional, contanto que estes sejam relacionados com verdade ou falsidade*"[13].

KELSEN afirma que foram seguidas duas possibilidades para demonstrar a aplicabilidade de princípios lógicos a normas: colocar em analogia com a verdade de um enunciado (a) a validade da norma e (b) o cumprimento da norma. No caso a aplicabilidade do princípio da não contradição, sua posição é de não admitir as duas possibilidades.

KELSEN rejeita a possibilidade da analogia no caso (a), pois uma norma válida é uma norma existente, e uma norma inválida não existe, ao contrário de um enunciado falso, o qual é existente. KELSEN confrontará uma contradição lógica entre dois enunciados com um conflito de normas, a fim de clarificar a inexistência da analogia. A contradição lógica é produzida por dois enunciados que são ou verdadeiros ou falsos. A natureza do conflito de normas é diferente, pois a própria condição de possibilidade do conflito depende que ambas as normas conflituosas possuam validade. A resolução de um conflito de normas não é automática. Nenhuma das normas que estão em conflito suprime a validade da outra. A

12 JORGENSEN, J.J. *Imperatives and logic*. *Erkenntnis*, 7. 1937-38. p. 288-296.
13 KELSEN, Hans. *Teoria Geral das Normas*. pg. 263.

supressão da validade de uma ou de ambas as normas apenas pode realizar-se no processo producente de normas, especialmente por meio de uma norma derrogatória. Em um conflito de normas, uma é cumprida, outra é violada, e não que somente uma das duas pode valer. KELSEN, em uma tese discutível, afirma que um conflito de normas não pode ser resolvido por via da interpretação científica ou segundo o princípio que deve ser cumprida a norma que menos prejuízo traria.[14]

A analogia no caso (b) também é rejeitada por KELSEN. Sua posição é de que a *verdade* é qualidade de um enunciado, e o *cumprimento* é qualidade de uma conduta, por conseguinte, de um fato. Um enunciado é verdadeiro se ele corresponde aos fatos sobre os quais ele enuncia algo ou se ele afirma um fato que é existente. Uma conduta é cumprimento de uma norma se ela corresponde a uma norma que estabelece como devida esta conduta. O contrário da verdade é a falsidade de um enunciado, enquanto o contrário do cumprimento de uma norma é sua violação. KELSEN enfatiza, coerentemente com o conjunto de suas concepções, que a violação não é a qualidade da norma e sim a qualidade de uma conduta efetiva. Da norma ser cumprida ou violada, nela nada se modifica.

Outra razão para não haver analogia decorre de que um e mesmo enunciado não pode ser verdadeiro e falso: "o ser humano Sócrates é mortal" é um enunciado que ou é verdadeiro ou é falso; "todas as pessoas são mortais" não pode ser verdadeiro para uma pessoa e falso para outra. Já uma norma geral pode ser cumprida por um e violada por outro, ou cumprida por um mesmo indivíduo num dia e violada num outro dia, ou instantes depois. KELSEN

---

[14] BOBBIO possui uma postura mais flexível que a de Kelsen, admitindo a interpretação como forma de resolução de um conflito de normas, denominando-a interpretação corretiva: *"que el intérprete tiende generalmente, no ya a eliminar las normas incompatibles, sino más bien a eliminar la incompatibilidad. A veces, para obtener este fin, el intérprete introduce alguna modificación leve o parcial en el texto; e en este caso se tiene aquella forma de interpretación que se denomina correctiva. En general, por interpretación correctiva se entiende aquela forma de interpretación que pretende conciliar dos normas aparentemente incompatibles par conservalas ambs en el sistema, o sea para evitar el remedio extremo de la abrogación". Teoria del Ordenamiento Jurídico*, p. 200-201.

conclui: *"então, não existe analogia entre verdade, ou falsidade de um enunciado, e cumprimento, ou violação de uma norma, por que o cumprimento, ou violação de uma norma não é qualidade desta, assim como a falsidade, ou verdade de um enunciado, é qualidade deste"*.[15]

Em Direito, pode ocorrer o caso que uma lei contém duas normas gerais que estão em conflito uma com a outra, e um tribunal decide aplicando uma das normas a um caso concreto. Transitada em julgado a decisão, o conflito de normas é resolvido apenas para este caso concreto, mas o conflito entre as normas gerais contidas na mesma lei permanece. Para KELSEN, o mesmo acontece se uma norma jurídica equívoca em sua redação possui duas interpretações contrapostas. A interpretação adotada para um caso concreto não resolve a contraposição e o conflito entre ambas as interpretações.

Da mesma maneira, a teoria kelseniana das normas não concebe como contraditória a relação entre a norma derrogante e a norma derrogada, pois esta estatui o dever-ser de uma certa conduta, enquanto aquela estatui o não-dever-ser da mesma conduta. A primeira suprime a validade da segunda, consequentemente, a norma derrogada passa a não existir. Não existindo mais, desaparece a possibilidade de contradição entre as normas ou a de uma relação análoga à contradição, uma vez que verdade e falsidade são qualidades de enunciados existentes.

1.2- VON WRIGHT E A INCOMPATIBILIDADE ENTRE NORMAS

Para a exposição da teoria de VON WRIGHT, será necessário fazer algumas restrições iniciais, e conjuntamente introduzir de maneira informal e sem muito rigor (ao contrário do

---

[15] KELSEN. *Teoria Geral das Normas*. p. 276.

que fez o próprio autor), para o propósito definido de descrever sua conceituação sobre a incompatibilidade entre normas, um simbolismo básico e essencial para a exposição de sua teoria. Não pretendemos aqui expor a incompatibilidade entre normas no conjunto da teoria de VON WRIGHT, constantemente reformulada em inúmeras oportunidades, mas tão somente à sua *Lógica da ação.*[16]

VON WRIGHT introduz um símbolo de transformação ou transição *T*, ao qual podem ser colocados no espaço livre à sua direita e à sua esquerda expressões que designam um estado de coisas[17]. Assim, *pTq* é uma transformação ou transição de um estado de coisas (genérico) descrito por *p* a um estado de coisas (genérico) descrito por *q*. Digamos que *p* significa que uma determinada janela está aberta; *~p* então significa que esta mesma janela está fechada (não aberta). *~pTp* significa que a janela foi aberta; *pT~p* significa que a janela foi fechada; *~pT~p* significa que, em dois estados sucessivos no tempo, a janela permaneceu fechada; e *pTp,* que a janela, também em dois estados sucessivos no tempo, permaneceu aberta. Estas quatro possibilidades são denominadas por VON WRIGHT de as *quatro transformações de estado elementares* que são possíveis com relação a um estado de coisas genérico.

Às quatro transformações de estado elementares, podemos agregar dois símbolos: *d* e *f*. O primeiro significa *atuar* e o segundo *abster-se*. Assim, temos *d(pTp)*, *d(pT~p)*, *d(~pTp)* e *d(~pT~p)* e *f(pTp)*, *f(pT~p)*, *f(~pTp)* e *f(~pT~p)*. Deve observar-se que *d(pTp)* e as outras possibilidades são representações esquemáticas de sentenças que descrevem atos, assim como *(pTp)*, etc., são representações esquemáticas que descrevem transformações, e *p*, ou *q*, etc., são representações esquemáticas de sentenças que descrevem estados de coisas genéricos.

---

[16] VON WRIGHT, Georg Henrik. *Norma y Accion, Una investigación lógica.* Trad. Pedro Garcia Ferrero.Madri, Ed. Tecnos. 1970.
[17] Ibid., p. 47.

Será essencial para descrever o conceito de incompatibilidade entre as normas de VON WRIGHT a sua distinção entre negação interna e negação externa.

A negação interna de *fazer* é *abster-se*. A negação externa nos diz que a ação descrita pela expressão em questão não se faz (para o agente em questão, na ocasião em questão). A negação interna nos diz que, sob as mesmas condições de ação, o oposto da ação descrita pela expressão em questão se faz (para o agente em questão, na ocasião em questão). A negação interna, por exemplo, de $d(pTp)$ é $f(pTp)$. A negação externa de $d(pTp)$ é a sentença disjunção de sete termos $d(pT{\sim}p) \vee d({\sim}pTp) \vee d({\sim}pT{\sim}p) \vee f(pTp) \vee f(pT{\sim}p) \vee f({\sim}pTp) \vee f({\sim}pT{\sim}p)$.

Uma ação e sua negação externa são modos de ação incompatíveis. Isto significa que ambos os modos não podem ser executados pelo mesmo agente, na mesma ocasião. Uma ação e sua negação interna são também incompatíveis.

VON WRIGHT distingue incompatibilidades externas e incompatibilidades internas de ações[18]. Duas ações denominam-se externamente incompatíveis quando da proposição de que uma delas tenha sido executada (por algum agente em alguma ocasião) se segue a proposição de que a negação externa da outra tenha sido executada (pelo mesmo agente, na mesma ocasião). Duas ações denominam-se internamente incompatíveis quando da proposição que uma tenha sido executada, se segue a proposição de que a negação interna da outra tenha sido executada.

Para exemplificar, as ações descritas por (os exemplos são do próprio VON WRIGHT) $d(pTp) \wedge d(qTq)$ e por $d(pT{\sim}p) \wedge d(qT{\sim}q)$ são externamente incompatíveis. As ações descritas por $d(pTp) \wedge d(qTq)$ ou $d(pTp) \wedge f(qTq)$ são internamente incompatíveis. Também as ações descritas por $d(pTp)$ e $f(pT{\sim}p)$ são externamente incompatíveis e as ações descritas por $d(pTp)$ e $f(pTp)$ são internamente incompatíveis.

[18] Ibid., p. 81.

Deste modo, a incompatibilidade interna supõe incompatibilidade externa, mas não a recíproca.

VON WRIGHT introduz ainda dois operadores para representar o caráter de uma norma[19]. O caráter de *dever* de uma norma é representado por O, e o *poder* (permissão) por P. As normas com caráter de dever podem também serem denominadas de normas *obrigatórias*, e as normas com caráter de poder de normas *permissivas*.

Toda a conceituação de VON WRIGHT, descrita nos parágrafos anteriores, tem sua importância porque é a única maneira de entendermos a sua própria conceituação (formal), por ele formulada para descrever os mesmos tipos de contradições analisados por KELSEN.

As ordens dadas a um mesmo agente de abrir a janela e fechar a janela pode ser representada por *Od(~pTp)* e *Od(pT~p)*. Para VON WRIGHT, estas duas normas são incompatíveis porque, além de seus conteúdos contradizerem-se um ao outro, ambas não possuem condição comum de aplicação. O segundo mandato se aplica a um mundo em que o estado de coisas descrito por *p* se da e não desaparece senão mediante a ação; o primeiro a um mundo em que este estado não se dá e só adquire existência mediante a ação.

Comparando a ordem anterior com a ordem de, por exemplo, abrir uma janela e a ordem de deixar esta mesma janela fechada. Isto pode ser representado pela expressão *Od(~pTp)* e *Of(~pTp)*. Ambas as ordens se contradizem porque, qualquer ação que o agente faça, desobedecerá necessariamente uma delas. Em uma circunstância em que uma determinada janela está fechada e não se abre por si mesma, um agente que domina a arte de abrir janelas, necessariamente abrirá a janela ou a deixará fechada. Mas não necessariamente abrirá esta janela ou a fechará. Portanto, desobedecerá necessariamente uma das ordens *Od(~pTp)* e *Of(~pTp)*, mas não desobedecerá necessariamente uma das ordens *Od(~pTp)* e *Od(pT~p)*. O agente não pode obedecê-la nem desobedecê-la na ocasião em questão.

Supondo que as ordens *Od(~pTp)* e *Od(pT~p)* sejam dadas para uma ocasião somente. Significam então, com relação ao exemplo da janela, que o agente ao qual se dirigem as ordens deveria fechar a janela se ela está aberta, e abri-la se está fechada. Na prática, uma autoridade daria ambas as ordens somente se não soubesse ela mesma qual é, ou qual será, o estado do mundo na ocasião em questão. Para VON WRIGHT, tais casos não são estranhos nem raros.

Supondo que as ordens sejam gerais em relação à ocasião (são ordens que não são dirigidas para uma circunstância particular, para uma janela especificamente). Então as ordens significam para o seu destinatário que ele deveria fechar a janela sempre que a encontrasse aberta e abri-la sempre que a encontrasse fechada. Supondo que o agente obedece a primeira ordem e fecha a janela. Deste modo cria uma situação que a segunda ordem é aplicável. Então tem que abrir a janela. Se obedecê-la, cria uma situação em que a primeira ordem é aplicável, e assim sucessivamente *ad infinitum*. VON WRIGHT denomina ambas as normas gerais desta natureza um par de *ordens-Sísifo: "Hablando en términos generales, un conjunto de órdenes que son generales con relación a la ocasión se dirá que constituye un conjunto de órdenes-Sísifo si, y sólo si, la obediencia a todas las órdenes que se aplican bajo condiciones de aplicación dadas necesariamente crea nuevas condiciones de aplicación (de algunas o de todas las órdenes)*[20].

VON WRIGHT introduz também a noção de *equilíbrio deôntico*. O mundo pode colocar-se em *equilíbrio deôntico* com um conjunto consistente de ordens, se é possível obedecer todas as ordens que se aplicam a qualquer estado do mundo dado sem criar *ad infinitum* um novo estado de mundo ao qual se aplicam algumas das ordens. As duas ordens de abrir uma determinada janela sempre que seja possível, e fechá-la sempre que seja

---

[19] Ibid., p. 88.
[20] Ibid., p. 158-159.

possível, formam um conjunto consistente, mas não é possível colocar com elas o mundo em *equilíbrio deôntico*.

1.3- ANTINOMIA E PARANOMIA NORMATIVA

Em um importante artigo publicado na *Revista internazionale di filosofia del diritto*, Tecla MAZZARESE[21] fez uma apurada análise das antinomias e dos paradoxos no âmbito normativo e em lógica deôntica. Uma importante distinção introduzida neste trabalho foi entre os conceitos de antinomia e paranomia. Descreveremos a análise da citada autora, com o objetivo de conceituar com maior precisão o fenômeno das antinomias normativas e ilustrar os conceitos com exemplos.

MAZZARESE designa com o termo antinomia uma incompatibilidade imediata entre normas ou regras. Segundo a autora, uma antinomia pode ser deôntica e não deôntica. É possível distinguir entre antinomia deôntica por oposição contrária (um único e mesmo comportamento é obrigatório e proibido) e antinomia deôntica por oposição contraditória (um único e mesmo comportamento é proibido e permitido ou um mesmo e único comportamento é obrigatório e facultativo). Uma antinomia deôntica consiste em duas normas contrárias ou contraditórias que ou obrigam, ou permitem ou proíbem. Existem normas que não utilizam-se necessariamente das modalidades deôntica, como a norma jurídica que estabelece a maioridade a partir de certa idade.

Um exemplo citado pela autora de uma antinomia não deôntica consiste em duas normas: no artigo 17 da Constituição Italiana: *"a responsabilidade penal é pessoal"*; e no

---

[21] *Antinomie, paradossi, logica deontica.* In *Revista internazionale di filosofia del diritto*, IV Serie, LXI, setembro, 1984, p. 419-463.

artigo 57 do Código Penal italiano: *"Para o crime cometido por meio da imprensa se observam as disposições seguintes: 1° quando se trata de imprensa periódica, que cobre a qualidade de diretor o redator responsável responde , por si só, do crime cometido salvo a responsabilidade do autor da publicação".*

Ainda que antinomia, seja ela deôntica ou não deôntica, em sentido técnico, somente seja possível entre norma de um único e mesmo ordenamento jurídico, se usa o termo antinomia para qualquer caso de incompatibilidade imediata (seja deôntica ou não deôntica) entre duas normas.

Com paranomia MAZZARESE designa uma incompatibilidade mediata por um fato entre normas ou regras. Um exemplo canônico é o caso de Jefte.

Jefte prometeu a Deus que, se vencesse a batalha, sacrificaria o primeiro ser vivente que encontrasse durante o seu retorno à sua casa. Jefte vence, e o primeiro ser vivente que encontra depois da batalha é sua própria filha. A obrigação de manter a promessa feita a Deus e a obrigação de respeitar a vida humana não são por si conflitantes, nem são duas normas imediatamente incompatíveis. O conflito se deve, no caso de Jefte, da acidental coincidência da filha de Jefte ser o primeiro ser vivente por ele encontrado depois da batalha.

Outro exemplo de paranomia é o caso de presidiários sob custódia do Estado que decidem realizar uma greve de fome com o intuito de pressionar as autoridades a satisfazer uma reivindicação qualquer; presuma-se ainda que os mesmos presos tenham manifestado a intenção de levar a greve até as últimas conseqüências, ou seja, estejam dispostos até mesmo morrer caso suas pretensões não forem satisfeitas. A decisão do Estado intervir ou não, forçando a alimentação ou ignorando a reivindicação, coloca em conflito normas sobre direitos fundamentais e o direito à autodeterminação, ou numa acepção mais ampla, entre os limites da esfera privada e pública[22].

Três são os casos em que se pode verificar uma antinomia ou uma paranomia: (a) em relação a uma única e mesma norma; (b) em relação a duas normas de um único e mesmo ordenamento; (c) em relação a duas normas de dois ordenamentos distintos. A citada autora analisa cada caso em separado.

(a) Antinomia e paranomia em relação a uma única e mesma norma. Poderia parecer estranho falar de antinomia e paranomia de uma única norma, pois ambas envolvem pelo menos duas normas.

Outro autor italiano, Amadeo G. CONTE, formulou um paradoxo[23] em um mesmo enunciado normativo, a partir da antinomia de Epimênides ou do mentiroso[24]. CONTE analisou o denominado paradoxo deôntico de Epimênides, ou o Epimênides deôntico, que por sua mesma estrutura é antinômico. Sua formulação consiste em: *"o presente enunciado normativo deve ser ineficaz"*. O Epimênides deôntico é eficaz se, e somente se, é ineficaz. Nele, o dever de ser ineficaz coincide com o dever de ser eficaz, resultando em uma antinomia estrutural, devido à sua mesma estrutura.

Pode haver o caso de uma mesma norma que, não sendo em si antinômica, permite a produção de uma segunda norma com a qual conflitua. Este é o caso proposto por Alf ROSS. O artigo 88 da Constituição dinamarquesa (artigo que fixa as condições para a modificação

---

[22] Para maiores detalhes sobre este caso e sua relação com a argumentação jurídica e a Lógica Deôntica Paraconsistente, cf.: CELLA, José Renato Gaziero; SERBENA, Cesar A. *A Lógica Deôntica Paraconsistente e os problemas jurídicos complexos*. A aparecer em *Anais do VI Congresso Brasileiro de Filosofia*. São Paulo, Edição do Instituto Brasileiro de Filosofia, 1999.

[23] CONTE, A.G. *Ricerca d'un paradosso deontico. Materiali per una semantica del linguaggio normativo. In Revista internazionale di filosofia del diritto*. IV Serie, LI, 1974. p. 481-511.

[24] O paradoxo do mentiroso ou de Epimênedes é constituído pela afirmação: "eu estou mentindo". Se o enunciado for verdadeiro, seu conteúdo é falso, e vice-versa. Para um tratamento puramente formal deste

da mesma Constituição) não é em si antinômico. Mas, se admitirmos que 88' seja a modificação do artigo 88, modificação efetuada de acordo com as condições previstas no mesmo artigo 88, o novo artigo 88' (de acordo com a interpretação proposta por ROSS) conflite com antigo artigo 88.

Um caso que fornece um exemplo de uma norma que, em contato com uma acidental configuração da realidade, resulta no surgimento de uma paranomia é o caso de Orestes. Face à norma "é obrigatório honrar os genitores", Orestes está na impossibilidade não violá-la, qualquer que seja sua ação, uma vez que, Clitenestra, mãe de Orestes, matou Agamenon, pai de Orestes. A obrigação de honrar os genitores se divide, para Orestes, em duas obrigações que não podem ser conjuntamente cumpridas: a obrigação de matar Clitenestra para vingar a morte do pai; e a obrigação de não matar Clitenestra porque é a própria mãe.

(b) Antinomia e paranomia em relação a duas normas de um único e mesmo ordenamento normativo. Neste item, MAZZARESE remete aos exemplos supra mencionados, da antinomia entre o art. 17 da Constituição italiana e o artigo 57 do Código Penal italiano, como explicação suficiente. A autora acrescenta o comentário que a antinomia é objeto de indagação sobretudo na filosofia do Direito, e o tema da paranomia sobretudo na filosofia moral, mas isto não significa que as antinomias sejam um fenômeno próprio dos ordenamentos jurídicos e a paranomia própria dos ordenamentos morais. Um exemplo de paranomia no ordenamento jurídico é fornecido pelo caso em que dois dos critérios de resolução das antinomias não são mutuamente compatíveis em relação a duas normas antinômicas (por exemplo, o caso em que uma norma é superior, mas anterior à outra[25]).

paradoxo, ver: ÅQVIST, Lennart. *How to handle the liar paradox in modal logic with sentential quantifiers and its own truth predicate.Theoretical Linguistics*. v. 1, 1982. p. 111-129.

[25] Neste caso, prevalece o critério hierárquico sobre o critério cronológico. Cf. BOBBIO, Norberto. *Teoria General del Derecho*. 2ª ed., 3ª reimp. Santa Fé de Bogotá. Editorial Temis. 1999. p. 203.

(c) Antinomia e paranomia em relação a duas normas de dois ordenamentos normativos distintos. Este conflito pressupõe, como já anteriormente anotado por KELSEN e VON WRIGHT, que um agente (o uma classe de agentes) seja contemporaneamente sujeito em relação aos dois ordenamentos em que as normas conflitantes surgem.

Um exemplo de antinomia em relação a duas normas de ordenamentos distintos é o caso descrito por Sófloces em Antígona. Antígona, em observância ao decreto do tirano Creonte, não deve sepultar seu irmão Polinice, ao passo que, em observância à lei divina, lei não escrita, mas imutável, deve sepultar seu irmão Polinice.

Com a terminologia de MAZZARESE, é possível detalhar com maior precisão como surge uma antinomia ou uma paranomia a partir de uma norma ou entre duas normas.

1.4- A RELEVÂNCIA DA LÓGICA DEÔNTICA PARACONSISTENTE

Qual a relevância da lógica deôntica paraconsistente à Ciência do Direito? Esta pergunta pode ser respondida enumerando várias razões pontuais dentro dos problemas da Ciência do Direito, que justificam a mudança da lógica clássica pela lógica paraconsistente como lógica subjacente ou modelo de racionalidade a ser adotado[26].

Norberto BOBBIO foi um dos primeiros teóricos do Direito a introduzir na Itália os temas da lógica deôntica ou lógica das normas, logo após seu surgimento (década de 50) com

[26] Para uma exposição de motivos filósóficos que justificam adoção da lógica paraconsistente como fundamento lógico da racionalidade jurídica, ver: BÉZIAU, Jean-Yves. *Applications de la logique paraconsistante a la Justice et au Droit.* In: *A Filosofia, Hoje. Anais do V Congresso Brasileiro de Filosofia.* v. II. São Paulo, Edição do Instituto Brasileiro de Filosofia, 1998. p.1119-1128.

os trabalhos de KALINOWSKI e VON WRIGHT. Tal fato é revelado por utilizar algumas das suas contribuições na segunda parte da *Teoria do Ordenamento Jurídico,* especificamente para a conceituação das antinomias, e expressamente no prefácio desta mesma obra: *"No hay necesidad de poner en relieve, después de tantos años de profundización y desarollo de estos estudios, cuál fue el aporte de ellos a los temas clásicos de la teoria general del derecho, como los de las antinomias y los de las lagunas. Se perciben algunas hellas, así sea de manera elemental, en la segunda parte del present volumen".*[27]

A posição de BOBBIO, em recepcionar as contribuições da lógica deôntica para a Teoria Geral do Direito, contrasta com a de KELSEN, praticamente alheio a estes desenvolvimentos durante grande parte de sua produção teórica, mudando de posição em seus últimos escritos, quando se pronunciaria a respeito, não só sobre os temas da lógica deôntica, mas também a respeito de diversos autores, em sua última obra *Teoria Geral das Normas.* Talvez esta ausência de pronunciamento na obra de KELSEN deva ser explicado em função de suas próprias concepções, uma delas a de pureza metodológica que uma ciência deveria alcançar, o que difere de certas concepções atuais, que defendem justamente uma comunicação de métodos interdisciplinares entre as ciências. VERNENGO também alude ao fato, referindo-se a KELSEN: *"Por añadidura, su conocimiento de las lógicas deônticas, cuyo surgimiento es reciente, no ha sido sistemáticamente incorporado a los desarrollos de la Teoria Pura, donde aparece más bien como intentos no enteramente logrados de actualizar argumentos efectuados desde una perspectiva conceptual muy distinta".*[28]

Da exposição anterior de KELSEN, VON WRIGHT e MAZZARESE, é possível visualizar como o fenômeno jurídico é permeado de contradições. O conjunto do direito

---

[27] BOBBIO, Norberto. *Teoria Gereral del Derecho.* p. X.

[28] VERNENGO. Roberto J. *Curso de Teoria General del Derecho.* Buenos Aires. Cooperadora de Derecho y Ciencias Sociales. 1976. p. 108-109.

positivo, fruto da acumulação legislativa histórica, dificilmente obedece o requisito da ausência de inconsistências e contradições entre os diversos diplomas e dispositivos legais, o que gera diversos conflitos de normas, que podem ser entre normas de um mesmo ordenamento ou de ordenamentos distintos. Mesmo que a Ciência Jurídica disponha de meios para resolver os conflitos normativos para um caso concreto, o próprio conflito reaparecerá em outro caso similar. Nem sempre a atividade normativa dos órgãos estatais, como reguladores de condutas socialmente determinadas, ordena de maneira coerente, de modo a não gerar, na terminologia de VON WRIGHT, *órdens-Sisifo*. Também não é raro o *conflito de vontades* entre os órgãos dos poderes estatais, de modo que o destinatário do comando jurídico tenha que obedecer a normas contraditórias. Um juiz, ao apreciar um caso que lhe vem a julgamento, confronta versões quase sempre contraditórias sobre fatos, situações jurídicas e seus efeitos alegados pela partes contrárias. Todas estas características do fenômeno jurídico sempre foram objeto de preocupação para a edificação de uma Ciência do Direito dotada de racionalidade.

A posição final de KELSEN sobre a aplicabilidade do princípio da não contradição ao domínio normativo e sobre as alternativas de buscar analogias entre a verdade de um enunciado e a validade ou cumprimento de uma norma foi negativa. Apenas indiretamente admitia a aplicação dos princípios lógicos às normas, através das proposições de dever-ser como:

> *'um médico deve dizer a verdade a seu paciente, à pergunta deste se sua doença, que o médico considera incurável, é incurável', e 'o médico não deve dizer a verdade a seu paciente, à pergunta deste se sua doença, que o médico considera incurável, é curável'. existe uma contradição lógica. E da proposição: 'Todas as pessoas devem cumprir sua promessa feita a uma outra pessoa' segue-se logicamente a proposição: 'o homem Meier deve cumprir a promessa feita à senhora Schulze de com ela casar'*[29].

[29] KELSEN, ibid., p. 263.

VON WRIGHT considerou o problema da significação ontológica das condições de consistência e compatibilidade das ordens e mandatos como um dos maiores obstáculos à edificação e à própria possibilidade de uma lógica das normas ou lógica deôntica.

> ¿Por qué és lógicamente posible que x mande a z abrir la ventana y que y mande a z dejarla cerrada, peno no es lógicamente posible que x mande a z abrir la ventana y al mismo tiempo le prohíba hacerlo? ¿O es esto, después de todo también posible? ¿Pueden los mandatos o las normas en general alguna vez contradecirse unos a otros?
>
> Me gustaria hacer ver a mis lectores la seriedad del problema. (Es mucho más serio que ninguno de los tecnicismos de la lógica deóntica.) Es serio porque si dos normas no pueden lógicamente contradecirse entre sí, entonces tampoco podrá haber lógica de las normas. No hay lógica, podríamos decir, en un campo en el que todo es posible. Así, por tanto, si las normas han de tener una lógica, debemos estar en situación de indicar algo que sea imposible en el mundo de las normas. Pero no es en modo alguno obvio que podamos hacerlo. (...)
>
> Que las normas puedan contradecirse unas a otras lógicamente no es algo que la lógica 'por sí sola' pueda mostrar. Puede mostrarse, si acaso, sólo en base a consideraciones que pertenecen a la naturaleza de las normas, y no es ni mucho menos obvio que pueda mostrarse ni aun así. La única posibilida que se me alcanza de mostrar que las normas que son prescripciones pueden contradecirse unas a otras es relacionar la noción de prescripción con alguna noción sobre la unidad y coherencia de una voluntad.[30]

Nesta passagem é possível constatar a dificuldade com que VON WRIGHT depara-se frente à realidade inegavelmente inconsistente das normas como obstáculo ao projeto de uma lógica das normas. O surgimento da lógica paraconsistente, que admite contradições e inconsistências, viria somente a ocorrer posteriormente, em 1964. Ao derrogar o princípio da não contradição, a lógica paraconsistente possibilitou um novo horizonte de possibilidades, principalmente a este tipo de problema com que se depararam KELSEN e VON WRIGHT. A novidade da proposta da lógica paraconsistente, que posteriormente possibilitaria uma lógica deôntica paraconsistente, foi bem recebida por VON WRIGHT, a ponto de ele afirmar em correspondência que o surgimento da lógica paraconsistente é o acontecimento teórico mais importante ocorrido na segunda metade deste século.

---

[30] VON WRIGHT, ibid., p. 160-162.

Não queremos com isso dizer que a lógica deôntica paraconsistente permite solucionar problemas como as inconsistências no campo das normas ou do Direito. Os problemas certamente continuarão ocorrendo, mas o próprio entendimento do problema, sua formulação e as conseqüências das respostas certamente mudam.

Podemos precisar este aspecto através de um tópico clássico da Ciência do Direito: os critérios para a solução das antinomias, especificamente os critérios hierárquico *(lex superior derogat inferiori)*, da especialidade *(lex specialis derogat generali)*, e cronológico *(lex posterior derogat priori)*.

Aproveitando a teorização sobre este tema de BOBBIO, há antinomias insolúveis por duas razões: por inaplicabilidade dos critérios mencionados ou por aplicabilidade de dois ou mais critérios entre si[31]. No primeiro caso de antinomia insolúvel, BOBBIO demonstra como a Ciência do Direito, através da interpretação, elimina uma das normas antinômicas, elimina as duas ou conserva as duas, procurando conciliá-las. Contudo, no segundo caso de antinomia insolúvel, pode surgir o conflito entre o critério hierárquico e o da especialidade:

> El caso más interesante se presenta cuando están en conflicto no uno de los dos criterios fuertes con el criterio débil (el cronológico), sino los dos criterios fuertes entre sí. Es el caso de una norma superior-general incompatible con una norma inferior-especial. Si se aplica el criterio jerárquico prevalece la primera, y si se aplica el criterio de especialidad prevalece la segunda. ¿Cuál de los dos criterios de deve aplicar? Una respuesta segura es imposible. No existe una regla general consolidada. También en este caso, com en el caso de ausencia de criterios, la solución dependerá del intérprete, quien aplicará uno u otro criterio, de acuerdo con las circunstancias[32].

A lógica deôntica paraconsistente permite expressar como fórmulas válidas situações como as antinomias entre normas jurídicas onde os critérios tradicionais são insuficientes. Da mesma forma, ela admite que duas proposições contraditórias sejam verdadeiras, ou as contradições sejam verdadeiras, como são alguns casos com que se deparam a Ciência do

[31] BOBBIO, ibid., p. 201-202.
[32] BOBBIO, ibid., p. 204.

Direito. DA COSTA formula um problema análogo ao da Ciência do Direito descrito por BOBBIO, para explicitar as mudanças que devem ser feitas na negação usual de modo a condizer com os objetivos da lógica paraconsistente:

> a) Suponhamos que queremos definir um conceito operacional de negação, ao menos para a negação de algumas sentenças atômicas. $\neg$ A, onde A é atômica, é verdadeira se e somente se as cláusulas de um apropriado critério c̲ são preenchidas, cláusulas estas que devem ser empiricamente testáveis. Isto é, temos um critério empírico para a verdade da negação de A. Naturalmente, o mesmo deve ser válido para a proposição atômica A, a bem da coerência. Portanto, existe um critério d̲ para a verdade de A. Mas, claramente, pode acontecer que os critérios c̲ e d̲ sejam tais que eles impliquem, sob certas circunstâncias críticas, a verdade tanto de A quanto de $\neg$A (ou algumas vezes de nenhuma delas), não sendo estas circunstâncias críticas em princípio evitáveis.
> Para exemplificar, vamos considerar um espectro S de cores, do vermelho ao laranja. Há pontos vermelhos em S e há outros que são alaranjados, isto é, não são vermelhos. Contudo, existe um espaço intermediário entre a faixa dos pontos vermelhos e dos não-vermelhos, na qual a atribuição do adjetivo *vermelho,* tanto quanto de *não-vermelho*, não está bem determinada. Se insistirmos na aplicação de critérios c̲ e d̲ como acima, tal atitude poderia em princípio levar à derrogação das leis do terceiro excluído ou da contradição, ou de ambas (lembremos que o espectro é devidido em uma série de matizes básicas: vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, cor de anil e violeta, mas que centenas de outros matizes intermediários também são distingüíveis, tais como o azul avermelhado e o rosa. Além do mais, a comparação das cores depende da fonte de luz, do material que está sendo observado, das sensibilidades psicológica e fisiológica do observador, etc.). Com efeito, não podemos elimiar *a priori* a possibilidade de que c̲ e d̲, quando aplicados a um ponto da faixa intermediária, dariam origem a resultados contraditórios ou não permitiriam a decisão entre A e $\neg$A, casos em que ocorrem em situações reais.[33]

Os critérios c̲ e d̲, mencionados por DA COSTA, cumprem a mesma função que os critérios hierárquico e da especialidade, com a diferença que ambos os critérios são aplicados à ambas as normas (no exemplo citado, à ambas as proposições), o que não muda o resultado. Uma lógica deôntica paraconsistente pode fundamentar esquemas melhores para sistematizar fenômenos como as antinomias jurídicas, freqüentes dentro do fenômeno jurídico com o qual se depara a Ciência do Direito, o que não é possível se adotada a lógica clássica. A lógica deôntica paraconsistente permite que tenhamos uma compreensão melhor da natureza de uma antinomia jurídica e o papel da negação de uma norma. É importante frisar que não é nosso objetivo, com a lógica deôntica paraconsistente, propor uma forma de solução para as

---

[33] DA COSTA, N.C.A. *A importância Filosófica da Lógica Paraconsistente.* Trad. Décio Krause. Publicado originalmente em *Journal of Non Classical Logic*, v.1, n.1, 1982, p. 1-19.

antinomias de um sistema jurídico. Não seria este o papel de dada lógica. A sua adoção permite que determinemos com maior precisão em que consiste a contradição entre duas normas, com a enorme vantagem de que não a excluímos *a priori* como verdadeira e sem valor lógico, ao contrário do que pensava KELSEN.

Capítulo II

O CÁLCULO PROPOSICIONAL CLÁSSICO

As abordagens dos manuais introdutórios de lógica trata geralmente do cálculo proposicional clássico empregando o método das tabelas-verdade para responder as questões mais significativas sobre as fórmulas, como quando uma fórmula (*statement form*) é uma tautologia, contradição, ou não é ambas, ou quando logicamente implica ou é logicamente equivalente a outra fórmula. Tal método é suficiente para decidir a validade ou não das expressões.

Entretanto, partes mais avançadas da lógica não permitem o tratamento através do método de tabelas-verdade, sendo necessária sua abordagem com uma conceituação adicional, como as noções de teorias formalizadas e a divisão entre o plano sintático, onde surgem questões como a consistência, e o plano semântico, que lida com questões como a correção e a completude. Adiante será apresentada tal conceituação, suplementar ao conhecido método de tabelas-verdade, e que será necessária para os capítulos seguintes.

2.1- A NOÇÃO DE TEORIA FORMAL

Uma teoria qualquer *T* é dita formalizada quando satisfaz as seguintes condições[34]:

1- Um conjunto contável de símbolos (devemos pensar não somente em objetos lingüísticos, mas em quaisquer objetos arbitrários) formam os símbolos de *T*. Uma seqüência finita de símbolos de *T* é chamada uma *expressão* de *T*.

[34] MENDELSON. Elliot. *Introduction to Mathemathical Logic*, p. 28.

2- Há um subconjunto das expressões de T denominado de conjunto das fórmulas bem formadas (abreviadas por *wfs - well-formed formulas*). Há usualmente um processo efetivo para determinar quando uma dada expressão é uma wf.

3- Um conjunto de wf é destacado e denominado de conjunto dos axiomas de T. Em uma teoria axiomática podemos decidir efetivamente se uma dada wf é ou não axioma desta teoria.

4- Há um conjunto finito $R_1,\ldots,R_n$ de relações entre wfs, denominado regras de inferência. Para cada R_i, há um único inteiro positivo j tal que, para todo conjunto de j wfs e cada wf A, é possível efetivamente decidir quando as dadas j wfs estão na relação R_i para A, e, se estiver na relação, A é denominada de conseqüência direta das dadas wfs em virtude de R_i.

Uma prova em T é uma seqüência $A_1, \ldots, A_n$ de wfs tal que, para cada i, ou A_i é um axioma de T ou A_i é conseqüência direta de uma das wfs precedentes em virtude de umas das regras de inferência. Um teorema de T é uma wf A de T para a qual existe uma prova cuja última fórmula da seqüência é A. Tal seqüência é denominada prova de A.

Se T for axiomática no sentido da condição 3, em geral não há um procedimento efetivo[35], um algorítimo (intuitivamente, um processo mecânico, uma máquina) para decidir se uma dada wf é um teorema ou não. A teoria para a qual há um processo mecânico é dita *decidível*; caso contrário, é dita *indecidível*.

Uma wf A é dita uma *conseqüência sintática* em T de um conjunto Γ de wfs se e somente se há uma seqüência $A_1, \ldots, A_n$ de wfs tal que $A=A_n$ e, para cada i ($i = 1,\ldots,n$), ou A_i é um axioma, ou A_i pertence a Γ ou A_i é conseqüência direta das wfs precedentes na seqüência por meio de uma das regras de inferência. Esta seqüência é denominada uma prova ou

[35] A parte da lógica que trata de processos mecânicos, na qual pode ser dada uma definição precisa de efetividade, é a teoria das funções recursivas.

dedução de A desde Γ. Os membros de Γ constituem as hipóteses ou premissas da prova. Simbolizamos

$$\Gamma \vdash A$$

como uma abreviação de "A é uma conseqüência de Γ". Quando se está lidando com mais de uma teoria, escrevemos

$$\Gamma \vdash_T A,$$

adicionando o T subscrito para indicar a teoria em questão.

Se Γ é um conjunto finito $\{B_1,\ldots, B_n\}$, escrevemos

$$B_1,\ldots B_n \vdash A$$

no lugar de

$$\{B_1,\ldots, B_n\} \vdash A.$$

Se Γ é um conjunto vazio (Γ=0), então $0 \vdash A$ se e somente se A é um teorema. Podemos omitir, como é costumeiro, o sinal "0" e simplesmente escrever

$$\vdash A,$$

para significar que A é um teorema.

Algumas das principais propriedades da noção de conseqüência, simbolizada pelo operador $\vdash$, são[36]:

1- Monotonicidade: Se $\Gamma \subseteq \Delta$ e se $\Gamma \vdash A$, então $\Delta \vdash A$. Esta expressão significa que, se A (ou algo) é dedutível a partir de um conjunto Γ de premissas, e se a este conjunto

[36] KRAUSE. *Notas de Lógica Matemática, I*. p. 2. A prova das propriedades do operador de dedução é um resultado do Teorema da Dedução, mencionado adiante.

acrescentamos mais premissas, A continua sendo dedutível. O raciocínio matemático é baseado na monotonicidade, o que não ocorre em todos os contextos. As chamadas "lógicas não-monotônicas" ferem este requisito[37].

2 - Compacidade: $\Gamma \vdash A$ see (abreviação de se e somente se) existe um subconjunto finito $\Delta \subseteq \Gamma$ tal que $\Delta \vdash A$. A compacidade é conseqüência da noção de monotonicidade.

3- Se $\Gamma \vdash A$, e de $\Gamma \vdash B$ para cada $B \in \Delta$, então $\Gamma \vdash B$.

2.2- UMA AXIOMÁTICA PARA O CÁLCULO PROPOSICIONAL CLÁSSICO

Neste item formulamos uma teoria formal C para o Cálculo Proposicional Clássico.

Os símbolos primitivos de C são $\neg$ (símbolo da negação), $\rightarrow$ (símbolo da equivalência), (,), e as letras itálicas maiúsculas A_i com inteiros positivos subscritos A_1, A_2, A_3, ... Os símbolos $\neg$ e $\rightarrow$ são denominados conectivos primitivos, os parênteses (,) de símbolos auxiliares e as letras A_i são denominadas variáveis proposicionais.

A definição de *fórmula* da linguagem C é uma definição recursiva e dita as seguintes cláusulas:

[37] Um exemplo claro é quando o juiz, ao analisar um caso judicial, forma um conjunto consistente de premissas, sendo a sentença a conclusão das premissas. A adição de uma premissa adicional ao conjunto inicial das premissas pode, na maioria das vezes, alterar completamente o caso a ser julgado e a própria sentença que ele proferiria.. Logo, o raciocínio legal, na atividade do juiz sentenciar, não é um contexto monotônico. Desta maneira, a lógica não-monotôncia é um importante instrumento para a reconstrução formal do raciocínio jurídico. Dov Gabbay inaugurou uma forma de abordar a lógica não-monotônica, definindo os princípios que uma noção de dedução deve verificar. Uma forma é restringir as propriedades de monotonicidade e transitividade. Para maiores detalhes, cf. CERRO, Luis Fariñas del; DELGADO, Antonio Frias. *Razonamiento no monotono: un breve panorama*. Secção Monográfica Razonamento no monotono. _____ eds. *Theoria* - Segunda Época, Vol. X, n. 23, p. 7-26, 1995.

(a) Toda variável proposicional é uma fórmula;

(b) Se α e β são fórmulas, então $(\neg\alpha)$ e $(\alpha\rightarrow\beta)$ são fórmulas.

(c) Uma expressão é uma fórmula somente se for obtida por uma das duas cláusulas precedentes.

Se α, β e χ são quaisquer fórmulas de *C*, então as expressões seguintes são os esquemas de axiomas de *C*:

(A1) $(\alpha\rightarrow(\beta\rightarrow\alpha)$

(A2) $((\alpha\rightarrow(\beta\rightarrow\chi))\rightarrow((\alpha\rightarrow\beta)\rightarrow(\alpha\rightarrow\chi))$

(A3) $(((\neg\beta)\rightarrow(\neg\alpha))\rightarrow(((\neg\beta)\rightarrow\alpha)\rightarrow\beta)$

A única regra de inferência de *C* é *modus ponens:* β é conseqüência direta de α e $(\alpha\rightarrow\beta)$. Abreviaremos a aplicação desta regra escrevendo MP e a representaremos por:

$$\frac{\alpha,\ \alpha\rightarrow\beta}{\beta}$$

Os outros conectivos são introduzidos por definição[38]:

(D1) $(\alpha\wedge\beta) =_{def} \neg(\alpha\rightarrow\neg\beta)$

(D2) $(\alpha\vee\beta)=_{def} (\neg\alpha)\rightarrow\beta$

(D3) $(\alpha\leftrightarrow\beta)=_{def} (\alpha\rightarrow\beta)\wedge(\beta\rightarrow\alpha)$

O significado de (D1) é que, para quaisquer wfs α e β, "$(\alpha\wedge\beta)$" é uma abreviação de "$\neg(\alpha\rightarrow\neg\beta)$"; da mesma forma para (D2) e (D3).

[38] O símbolo $=_{def}$ abrevia "é igual por definição".

É importante notar que as letras gregas minúsculas que aparecem nas definições anteriores das fórmulas, dos esquemas de axiomas e dos conectivos derivados de C não fazem parte do alfabeto ou da lista de símbolos primitivos. Elas são usadas como *metavariáveis sintáticas* para fórmulas, ou seja, como expressões da metalinguagem que denotam fórmulas. A linguagem que estamos estudando, no caso C, é a chamada linguagem objeto, enquanto que a linguagem em que formulamos e provamos resultados acerca da linguagem objeto é denominada *metalinguagem*. Até agora nossa metalinguagem foi uma parcela do vocabulário do português. O contraste entre as duas linguagens aparece na aprendizagem de uma língua estrangeira. Quando um grupo de brasileiros aprendem, por exemplo, o alemão, usam o português como metalinguagem, para falar sobre e acerca da linguagem objeto, o alemão. A distinção entre as duas linguagens é essencial em lógica, pois alguns resultados, como a completude e a correção, os quais definiremos adiante, somente podem ser provados na metalinguagem.

Adotaremos as seguintes convenções para evitar o uso excessivo de parênteses e simplificar a escrita das fórmulas[39]. Primeira: parênteses externos não serão escritos. Logo, escrevemos $\neg\alpha$ no lugar de $(\neg\alpha)$ e $\alpha\rightarrow\beta$ no lugar de $(\alpha\rightarrow\beta)$. Segunda: os conectivos são ordenados na hierarquia $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, e $\leftrightarrow$, e os parênteses são eliminados de acordo com a regra que, primeiro, $\neg$ aplica-se à fórmula mais curta à sua direita, em segundo, $\wedge$ 'liga' a menor fórmula que o circunda, $\vee$ 'liga' também a menor fórmula que o circunda, e similarmente para $\rightarrow$ e $\leftrightarrow$.

Exemplo: parênteses são colocados nos seguintes passos para a expressão $A\leftrightarrow\neg B\vee C\rightarrow A$:

[39] MENDELSON, p. 17.

$$A \leftrightarrow (\neg B) \vee C \rightarrow A$$

$$A \leftrightarrow ((\neg B \vee C) \rightarrow A$$

$$A \leftrightarrow (((\neg B) \vee C) \rightarrow A)$$

$$(A \leftrightarrow (((\neg B \vee C) \rightarrow A))$$

Para ocorrências do mesmo conectivo, procedemos da esquerda para a direita. Assim,

$$A \leftrightarrow \neg B \leftrightarrow C$$

$$A \leftrightarrow (\neg B) \leftrightarrow C$$

$$((A \leftrightarrow (\neg B)) \leftrightarrow C$$

$$(((A \leftrightarrow (\neg B)) \leftrightarrow C)$$

Entretanto, ocorrências consecutivas de $\neg$ são procedidas da direita para a esquerda:

$$B \rightarrow \neg\neg A$$

$$B \rightarrow \neg(\neg A)$$

$$B \rightarrow (\neg(\neg A))$$

$$(B \rightarrow (\neg(\neg A)))$$

Evidentemente, os parênteses externos das últimas fórmulas podem ser eliminados. Assim, podemos escrever $A \leftrightarrow (((\neg B \vee C) \rightarrow A)$ no lugar de $(A \leftrightarrow (((\neg B \vee C) \rightarrow A))$, $((A \leftrightarrow (\neg B)) \leftrightarrow C$ no lugar de $(((A \leftrightarrow (\neg B)) \leftrightarrow C)$ e $B \rightarrow (\neg(\neg A))$ no lugar de $(B \rightarrow (\neg(\neg A)))$.

Nem toda fórmula pode ser representada sem o uso de parênteses. Exemplificando, não podemos eliminar os parênteses da fórmula $A \rightarrow (B \rightarrow C)$, pois $A \rightarrow B \rightarrow C$ abrevia

$((A \to B) \to C)$. Da mesma forma, os parênteses remanescentes não podem ser eliminados das fórmulas $\neg(A \lor B)$ ou $A \land (B \to C)$.

É importante notar que o conjunto infinito dos axiomas de *C* é obtido através dos três esquemas de axiomas (A1), (A2) e (A3), com cada esquema gerando um número infinito de axiomas. Isto é realizado substituindo-se as variáveis sintáticas α, β e χ, já que elas representam quaisquer wfs, por uma wf, com o requisito de que as substituições sejam feitas de modo uniforme, isto é, α, por exemplo, seja substituída pela mesma wf em todas as suas ocorrências. É possível também formular os esquemas acima utilizando-se os próprios símbolos de *C*, as suas variáveis proposicionais, no lugar de variáveis sintáticas. Neste caso, é necessária a introdução de uma regra de inferência adicional de *substituição*, a qual enuncia que podemos substituir qualquer wf em todas as ocorrências de uma variável proposicional de uma dada wf.

Para exemplificar como se procede em deduções formais, a seguir é exposta a prova formal em *C* do teorema $\alpha \to \alpha$, ou seja, $\vdash \alpha \to \alpha$, também denominado Princípio da Identidade[40].

1. $(\alpha \to ((\alpha \to \alpha) \to \alpha)) \to ((\alpha \to (\alpha \to \alpha)) \to (\alpha \to \alpha))$

Instância do esquema (A2), pondo-se $(\alpha \to \alpha)$ no lugar de β e α no lugar de χ.

2- $\alpha \to ((\alpha \to \alpha) \to \alpha)$

Instância de (A1), com $(\alpha \to \alpha)$ no lugar de β.

3- $(\alpha \to (\alpha \to \alpha)) \to (\alpha \to \alpha)$

Conseqüência direta de 1 e 2, por MP.

[40] Décio KRAUSE, *Introdução à Lógica Matemática: O Cálculo Proposicional*, p. 21 e MENDELSON, p 30.

4- $\alpha\rightarrow(\alpha\rightarrow\alpha)$

Instância de (A1), com α no lugar de β.

5- $\alpha\rightarrow\alpha$

Conseqüência direta de 3 e 4, por MP.

O teorema demonstrado é justamente a linha 5 da demonstração.

Em contextos matemáticos, para a demonstração de um condicional $\alpha\rightarrow\beta$, é usual assumir α como hipótese e a utilizar para obter β, concluindo que "se α, então β" é verdadeiro. Este procedimento é justificado através do Teorema da Dedução, que enuncia: se Γ é um conjunto de wfs, e α e β são wfs, e $\Gamma,\alpha \vdash \beta$, então $\Gamma \vdash \alpha\rightarrow\beta$. Em particular, se $\alpha \vdash \beta$, então $\alpha\rightarrow\beta$.[41]

O significado do Teorema da Dedução é que, se de algumas premissas de Γ e de α conseguimos deduzir β, então deduzimos $\alpha\rightarrow\beta$ a partir das premissas de Γ.

Desde que *C* é axiomático, podemos verificar quando uma wf é ou não um axioma. Na construção do sistema *C*, a intenção é obter como teoremas precisamente a classe das tautologias, de modo que à parte sintática de *C* coincidam os conceitos semânticos.

2.3- A SEMÂNTICA DO CÁLCULO PROPOSICIONAL CLÁSSICO

[41] A prova completa do Teorema da Dedução está em MENDELSON, p. 30-31, onde há outros teoremas provados nas páginas seguintes.

Neste item introduzimos conceitos semânticos acerca do Cálculo Proposicional[42]. Definindo sem muito rigor, a contraparte semântica de uma linguagem formalizada visa estudar as suas relações com certos objetos aos quais ela se refere; no caso do cálculo proposicional, é na semântica que definimos precisamente o princípio da bivalência que enuncia que toda proposição ou é verdadeira ou é falsa.

Admitindo que 0 e 1 sejam dois objetos quaisquer, estes serão ditos valores verdade[43]. Intuitivamente 0 denota a falsidade e 1 a veracidade. Representando por F o conjunto de todas as wfs do Cálculo Proposicional C, conceituamos a valoração ou interpretação como uma aplicação v: $F \rightarrow \{0,1\}$, definida por:

a) para cada letra proposicional α, $v(\alpha) = 0$ ou $v(\alpha) = 1$.

b) se α e β são wfs, então:

b1) $v(\neg\alpha) = 0$ se $v(\alpha) = 1$ e $v(\neg\alpha) = 1$ em caso contrário.

b2) $v(\alpha\rightarrow\beta) = 0$ se $v(\alpha) = 1$ e $v(b) = 0$ e $v(\alpha\rightarrow\beta) = 1$ em caso contrário.

A cada fórmula de C é atribuído um valor verdade pela interpretação. Se $v(\alpha) = 1$, diremos que α é verdadeira relativamente à valoração v e que é falsa se $v(\alpha) = 0$. Em geral, as wfs terão valor verdade 0 ou 1 dependendo da valoração que atribui valor verdade às letras proposicionais que a compõem. Entretanto há wfs que são verdadeiras para qualquer valoração, sempre assumindo o valor 1, que são denominadas tautologias. As que assumem valor 0 para qualquer valoração são ditas contradições. As tautologias são wfs que são verdadeiras em função de sua forma lógica, independentemente da valoração.

A partir da definição dada aos demais conectivos, temos para v valoração qualquer:

---

[42] Neste item seguimos a exposição de Décio KRAUSE. *Introdução à Lógica Matemática: O Cálculo Proposicional*, p. 33-40.

[43] A escolha dos símbolos é arbitrária. podendo-se escolher F e V ou outros símbolos quaisquer.

$v(\alpha \wedge \beta) = 1$ see $v(\alpha) = v(\beta) = 1$.

$v(\alpha \vee \beta) = 1$ see $v(\alpha) = 1$ ou $v(\beta) = 1$

$v(\alpha \leftrightarrow \beta) = 1$ see $v(\alpha) = v(\beta$

Podemos expressar o resultado das valorações através das tabelas-de-verdade:

α	$\neg\alpha$
1	0
0	1

α	β	$\alpha\wedge\beta$	$\alpha\vee\beta$	$\alpha\rightarrow\beta$	$\alpha\leftrightarrow\beta$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1

2.4- CORREÇÃO E COMPLETUDE DO CÁLCULO PROPOSICIONAL

As noções de correção e completude de um cálculo dizem respeito à coincidência entre a sua sintaxe e sua contraparte semântica. No cálculo proposicional C que apresentamos, desejamos que a classe dos teoremas, que podem ser obtidos derivando os axiomas através das regras de inferência, coincida com as tautologias. Se tal ocorre, a axiomática de C é correta.

O teorema da Correção enuncia que todo teorema de *C* é uma tautologia.

Prova[44]: Conforme a definição anterior de prova, se *A* é um teorema então existe uma seqüência finita $B_1,\ldots,B_n$ de wfs, onde B_n é *A* e onde cada B_j, ou é instância de um axioma, ou é conseqüência, por *modus ponens*, de wfs precedentes da seqüência. A partir do Princípio da Identidade, já demonstrado, provou-se que *modus ponens* "preserva" tautologias, ou seja, se uma wf qualquer é tautologia, posso derivar por MP outras tautologias. Logo, toda wf da seqüência $B_1,\ldots,B_n$ é uma tautologia, consequentemente *A* também o será.

O Teorema da Completude é a recíproca deste resultado, ou seja, ele enuncia que se uma wf da *C* é uma tautologia, então ela é um teorema de *C*[45].

O Cálculo Proposicional *C* aqui apresentado é decidível, pois o método das tabelas-de-verdade permite decidir quando uma dada wf é ou não teorema por um processo efetivo (um número finito de linhas na tabela-de-verdade). Resolver o "problema da decisão" de uma teoria é demonstrar ou construir um procedimento efetivo que permita decidir se uma wf desta teoria é ou não um teorema ou provar que para esta teoria este procedimento não existe.

Uma conseqüência importante do Teorema da Completude é a noção de Consistência. O Cálculo Proposicional *C* é consistente, ou seja, não há uma wf A tal que ela e sua negação (A e $\neg$A) sejam teoremas de *C*.

A prova é simples. Pelo Teorema da Correção, todo teorema de *C* é uma tautologia. Como a negação de uma tautologia não pode ser uma tautologia, logo é impossível que

---

[44] Décio KRAUSE, *Introdução à Lógica Matemática: O Cálculo Proposicional*, p. 37. Uma prova mais detalhada é demonstrada no livro de MENDELSON, pg. 33-34.
[45] A prova completa do Teorema da Completude pode ser vista em KRAUSE, *Introdução à Lógica Matemática: O Cálculo Proposicional*, p. 37-38 e MENDELSON, p. 34.

ambas, A e $-$A sejam teoremas de *C*. A consistência implica que nem todas as wfs de *C* são teoremas, pois as negações dos seus teoremas não são teoremas.

O conceito de independência de axiomas de uma teoria formalizada pode ser assim formulado: um subconjunto X do conjunto dos axiomas de uma teoria é *independente* dos demais axiomas da teoria se qualquer wf de X não puder ser provada a partir dos axiomas que não estão em X. Intuitivamente significa que se o axioma é independente, ele não pode ser provado a partir dos outros axiomas da teoria[46].

É possivel construir o cálculo proposicional a partir de outras axiomatizações equivalentes à apresentada. Os resultados como correção, completude, consistência e decidibilidade, para as diferentes axiomáticas, são os mesmos[47].

[46] A prova da independência do esquema de axiomas apresentado para *C* está em MENDELSON. p. 35-37. e em KRAUSE. *Introdução à Lógica Matemática: O Cálculo Proposicional*. p. 41-44. utilizando sistemas polivalentes. que admitem n valores verdade para suas proposições.
[47] Detalhes sobre outras axiomatizações podem ser consultados em MENDELSON. p. 37-40.

Capítulo III

O CÁLCULO PROPOSICIONAL CLÁSSICO DEÔNTICO

Em 1985 surgiu o primeiro trabalho em língua portuguesa sobre lógica deôntica paraconsistente, a tese de doutoramento de Leila Zardo PUGA *"Uma lógica do querer, preliminares sobre um tema de Mally"*[48], orientada por Newton C. A. DA COSTA. A partir deste, outros artigos foram publicados posteriormente pelos dois autores. Em nossa exposição dos vários sistemas de lógica deôntica paraconsistente, baseamo-nos principalmente na tese referida e em vários artigos publicados posteriormente sobre o tema.

A tese de L.Z. PUGA constitui um estudo formal das propriedades do querer, interpretando o símbolo OA como *Eu quero A* ou *é obrigatório que.* A principal novidade do trabalho é a construção de sistemas de lógica deôntica que não excluam a possibilidade dos chamados dilemas deônticos, expressos por uma fórmula do tipo $OA \wedge O{\sim}A$, em que uma ação é obrigatória e não é ao mesmo tempo. Conforme se demonstrará adiante, as lógicas deônticas standards não admitem tais dilemas, sob pena de tornarem o sistema inconsistente. O trabalho de PUGA formula sistemas que adotam a lógica paraconsistente como lógica subjacente, não excluindo *a priori* os dilemas, o que permite a formalização do seu estudo. Outra vantagem da adoção de sistemas paraconsistentes como sistemas de base é a solução de vários paradoxos originados nos sistemas deônticos clássicos, que mencionaremos no capítulo seguinte.

[48] L. Z. PUGA, *Uma lógica do querer, preliminares sobre um tema de Mally*. Tese para doutoramento em Matemática. São Paulo. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. 1985.

Descreveremos o cálculo proposicional clássico deôntico D_0, formulado no capítulo primeiro do trabalho de Puga[49], que é obtido adicionando ao cálculo proposicional clássico, aqui denotado por C, o símbolo primitivo O, que significa *obrigatoriedade.*

A linguagem L de D_0 é composta pelos símbolos:

1- lógicos: ~ (negação), → (implicação) e O (obrigatoriedade).

2- variáveis: um conjunto infinito enumerável de variáveis proposicionais.

3- símbolos auxiliares: (,) (parênteses).

Regras para a formação de fórmulas

1- Uma variável proposicional é uma fórmula.

2- Se A e B são fórmulas, então ~A, OA e (A→B) são fórmulas.

3- São fórmulas da linguagem L apenas as expressões que satisfaçam uma das cláusulas acima.

Símbolos definidos:

PA si ~O~A (si abrevia "se e somente se"). As fórmulas OA e PA são lidas, respectivamente, *é obrigatório que A* e *é permitido que A*.

FA si O~A e IA si PA $\wedge$ ~PA, os quais são lidos *é proibido que A* e *é indiferente que A*, respectivamente.

Convenção: A, B, C, ..., são usadas como variáveis metamatemáticas para as fórmulas.

[49] Op. cit., p. 16-35. Não transcreveremos as provas de todos os teoremas apresentados, o que requeriria uma série de definições auxiliares e demasiado técnicas. Entretanto, elas podem ser consultadas nas páginas indicadas da Tese de PUGA.

F indica o conjunto de todas as fórmulas da linguagem L, e Γ e Δ indicam subconjuntos quaisquer de F.

Os símbolos $\vee$ (disjunção), $\wedge$ (conjunção) e $\leftrightarrow$ (equivalência) são definidos de modo usual.

Na metalinguagem de D_0 são usados os sinais $\Rightarrow$ (implica) e $\Leftrightarrow$ (equivale).

Os esquemas de axiomas e regras de inferência para o cálculo D_0 são:

A1: $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

A2: $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$

A3: $(\sim B \rightarrow \sim A) \rightarrow ((\sim B \rightarrow A) \rightarrow B)$

A4: $OA \rightarrow PA$

A5: $O(A \rightarrow B) \rightarrow (OA \rightarrow OB)$

A6: $PA \rightarrow OPA$

R1: $\dfrac{A,\ A \rightarrow B}{B}$ (*modus ponens*)

R2: $\dfrac{A}{OA}$ (*regra de Gödel*)

Puga denota por C_0 o Cálculo Proposicional Clássico, que indicamos no capítulo anterior por *C*.

3.1- CONSEQÜÊNCIA SINTÁTICA

Definição de demonstração e teorema conforme pg.33, acrescida que A_i, $1 \leq i \leq n$, pode ser obtida por uma das regras primitivas de inferência R1 ou R2.

Definição de dedução a partir de Γ: a mesma da pg. 32, acrescida da quarta condição:

4. A_i é obtida de A_j, $j < i$, pela aplicação da regra primitiva de inferência R2, e existe uma subseqüência de $A_1, A_2, \ldots, A_n$, que é uma demonstração de A_j.

Teorema 1.1: *Teorema da Dedução:* Sejam $A, B \in F$. Em D_0, tem-se:

Se $\Gamma, A \vdash B$, então $\Gamma \vdash A \rightarrow B$.

Demonstração: É feita por indução sobre o comprimento da dedução de B a partir de $\Gamma \cup \{A\}$. Pela definição de dedução, existe numa seqüência finita de fórmulas $A_1, A_2, \ldots, A_n$, em que cada A_i, $1 \leq i \leq n$, satisfaz uma das seguintes condições:

1. A_i é axioma; ou
2. A_i pertence a $\Gamma \cup \{A\}$; ou
3. A_i foi obtida de fórmulas precedentes por M.P.; ou
4. A_i foi obtida de A_j, $j < i$, pela aplicação da regra R2, e existe uma subseqüência de $A_1, A_2, \ldots, A_n$, que é uma demonstração de A_j.

Por hipótese, $\vdash C$ e portanto, $\vdash OC$. Mas, $\vdash OC \rightarrow (A \rightarrow OC)$; consequentemente $\vdash A \rightarrow OC$. Assim, $\Gamma \vdash A \rightarrow OC$.

Logo, se Γ, A $\vdash$ OC $\Rightarrow \Gamma \vdash$ A$\rightarrow$OC.

Teorema 1.2: São teoremas em D_0:

T1: $OA \leftrightarrow \sim P \sim A$

T2: $O(A \wedge B) \leftrightarrow (OA \wedge OB)$

T3: $P(A \vee B) \leftrightarrow (PA \vee PB)$

T4: $(OA \vee OB) \rightarrow O(A \vee B)$

T5: $O(A \rightarrow B) \rightarrow (PA \rightarrow PB)$

T6: $(PA \wedge OB) \rightarrow P(A \wedge B)$

T7: $O(A \vee B) \rightarrow (OA \vee PB)$

T8: $O(A \vee B) \rightarrow (PA \vee OB)$

T9: $PA \rightarrow PPA$

T10: $O \sim A \leftrightarrow \sim PA$

T11: $OOA \rightarrow OA$

T12: $PPOA \leftrightarrow POA$

T13: $OOA \leftrightarrow OOOA$

T14: $P(A \wedge B) \rightarrow (PA \wedge PB)$

T15: $PPA \leftrightarrow PPPA$

T16: $O \sim A \rightarrow \sim OA$

T17: $POA \rightarrow OA$

T18: $P(A \rightarrow B) \leftrightarrow (OA \rightarrow PB)$

T19: $POA \leftrightarrow OPOA$

T20: $OPA \leftrightarrow POPA$

T21: $OOA \leftrightarrow POOA$

T22: $PPA \leftrightarrow OPA$

T23: $PPA \leftrightarrow POPA$

T24: $OOA \leftrightarrow POA$

T25: $OPPA \leftrightarrow OPA$

T26: $OPA \rightarrow OOPA$

T27: $OPOA \rightarrow OA$

T28: $OPOA \rightarrow OOA$

T29: $P(A \wedge \sim A) \rightarrow A \wedge \sim A$

T30: $(PPA \wedge OOB) \rightarrow OP(A \wedge B)$

T31: $O(OA \rightarrow A)$

T32: $O(OA \rightarrow OOA)$

Teorema 1.3: Seja Π = {B é variável proposicional ou é da forma B1$\rightarrow$B2} e seja Π_1, Π_2, Π_3, ..., Π_{10} assim definidos:

$\Pi_1 = \Pi$

$\Pi_2 = \{\sim B: B \in \Pi\}$

$\Pi_3 = \{OB: B \in \Pi\}$

$\Pi_4 = \{O\sim B: B \in \Pi\}$

$\Pi_5 = \{\sim OB: B \in \Pi\}$

$\Pi_6 = \{\sim O\sim B: B \in \Pi\}$

$\Pi_7 = \{OOB: B \in \Pi\}$

$\Pi_8 = \{OO\sim B: B \in \Pi\}$

$\Pi_9 = \{\sim OOB: B \in \Pi\}$

$\Pi_{10} = \{\sim OO\sim B: B \in \Pi\}$

Então, para toda fórmula A existe A' e $1 \leq m \leq 10$ tal que $A' \in \Pi_m$ e A equivale a A'.

Este teorema significa que qualquer fórmula válida em D_0 pode ser reduzida a uma fórmula equivalente da forma Π_m, ou, em outras palavras, que todas as combinações possíveis de fórmulas em D_0 são da forma Π_m.

Teorema 1.4: Seja $O\Gamma = \{OB: B \in \Gamma\}$. Em D_0, tem-se: $\Gamma \vdash A \Rightarrow O\Gamma \vdash OA$.

3.2- A CONSISTÊNCIA DE D_0

Definição 1.5: *(de conjunto inconsistente e consistente).* Um conjunto Γ é inconsistente em D_0 si existe uma fórmula $A \in F$ tal que, $\Gamma \vdash A$ e $\Gamma \vdash \sim A$; em caso contrário, Γ é consistente em D_0.

Definição 1.6: *(de conjunto não-trivial e trivial).* Um conjunto Γ é trivial em D_0 si para toda fórmula $A \in F$, $\Gamma \vdash A$; em caso contrário, Γ é não-trivial em D_0.

Teorema 1.5: Γ é inconsistente $\Leftrightarrow$ Γ é trivial.

Teorema 1.6: $\Gamma \vdash A \Leftrightarrow \Gamma \cup \{\sim A\}$ é trivial.

Teorema 1.8: *(da consistência):* O cálculo D_0 é consistente.

Teorema 1.9: *(da extensão conservativa):* Se $A \in F$ não contém o símbolo O (nem P), então: $\vdash A$ em $C \Leftrightarrow \vdash A$ em D_0.

3.3- UMA SEMÂNTICA PARA D_0

Até agora tratou-se da parte sintática de D_0, ou seja, da relação dos símbolos entre si, sem que nos perguntássemos com relação ao seu significado. Quando interpretamos os símbolos e as expressões de D_0, relacionamos a elas os objetos que as mesmas significam. Logo, é necessária a formulação de uma semântica para D_0, em relação à qual D_0 é correto e completo.

Definição 1.8: *(de estrutura deôntica para uma linguagem proposicional L).* Uma estrutura deôntica D para uma linguagem proposicional L qualquer é um par do tipo D = <W,R>, onde:

1. W é um conjunto não vazio de elementos.
2. R é um subconjunto W X W, isto é, uma relação binária entre os elementos de W.

W é um conjunto cujos elementos são os mundos de D. Quando os mundos w, w' $\in$ W são relacionados por R, indica-se por w R w' e essa expressão é lida w' é acessível deonticamente a w.

A relação R chama-se relação de acessibilidade de D.

Definição 1.9: *(de estrutura deôntica para o cálculo D_0).* Seja D = <W, R> uma estrutura para a linguagem L. D é uma estrutura deôntica para o cálculo D_0 si:

1. Para todo w $\in$ W, existe w'$\in$ W tal que w R w'.
2. Para quaisquer w, w', w'' $\in$ W, se w R w' e w R w'', então w' R w''.

Definição 1.10: *(de D_0 - forçamento entre mundos de D e fórmulas de L).* Seja D = <W, R> uma estrutura deôntica para D_0. A relação $\Vdash$ é de D_0 - forçamento de D si $\Vdash$ é um subconjunto de W X F e, para todo w, w' $\in$ W; A, B $\in$ F, as seguintes condições se verificam:

1. w $\Vdash \sim A \Leftrightarrow$ w $||\angle$ A.
2. w $\Vdash A \rightarrow B \Leftrightarrow$ w $||\angle$ A ou w $\Vdash$ B.
3. w $\Vdash$ OA $\Leftrightarrow$ w' $\Vdash$ A para todo w'$\in$ W: w R w'.

As expressões w $\Vdash$ A e w $||\angle$ são lidas, respectivamente, *w força A e w não força A.*

Definição 1.11: *(de D_0-modelo)* Sejam D: <W,R> uma estrutura deôntica para D_0 e $||$— a relação de D_0-forçamento de D. Um modelo para o cálculo D_0, ou simplesmente um D_0-modelo é um par do tipo $M = \langle D, ||\!\!— \rangle$.

Definição 1.12: *(de fórmula válida num mundo, de fórmula válida num D_0-modelo, de fórmula válida no cálculo D_0 e de modelo de um conjunto de fórmulas).* Sejam $M = \langle D, ||\!\!— \rangle$ um D_0-modelo, $w \in W$, $A \in F$ e $\Gamma \subset F$. Então:

A *é válida em um mundo w* si $w \, ||\!\!— A$.

A é *válida em um D_0-modelo* si A é válida em w, para todo $w \in W$.

A é *válida no cálculo D_0*, ou simplesmente D_0-válida si A é válida em todo D_0-modelo.

w é *um modelo de Γ* si para toda $B \in \Gamma$, B é válida em w.

Definição 1.13: *(de conseqüência semântica).* Seja $A \in F$. A é conseqüência semântica de Γ si para todo D_0-modelo $M = \langle D, ||\!\!— \rangle$ e para todo $w \in W$, si w é modelo de Γ, então w é modelo de $\{A\}$. Neste caso, escreve-se $\Gamma \, |\!== A$. Se Γ for vazio, escreve-se $|\!== A$.

Teorema 1.10. Seja $A \in F$. Em D_0, tem-se: $|\!== A \Leftrightarrow A$ é D_0-válida.

3.4- CORREÇÃO DE D_0

Teorema 1.11: *(da correção)*. Seja $A \in F$. Em D_0, tem-se: $\Gamma \mid\!\!\text{—}\, A \Rightarrow \Gamma \mid\!== A$.

Corolário 1.2: Seja $A \in F$. Em D_0, tem-se: $\mid\!\!\text{—}\, A \Rightarrow \; \mid\!== A$.

3.5- COMPLETUDE DE D_0

Teorema 1.13: *(da completude)*. Seja $A \in F$. Em D_0, tem-se: $\Gamma \mid\!== A \Rightarrow \Gamma \mid\!\!\text{—}\, A$.

Corolário 1.6: Seja $A \in F$. Em D_0, tem-se: $\Gamma \mid\!\!\text{—}\, A \Leftrightarrow \Gamma \mid\!== A$.

Corolário 1.7: Seja $A \in F$. Em D_0, tem-se: $\mid\!\!\text{—}\, A \Leftrightarrow \; \mid\!== A$.

Capítulo IV

PARADOXOS E DILEMAS EM SISTEMAS DE LÓGICA DEÔNTICA STANDARD

O cálculo D_0 é um cálculo denominado sistema monádico, pois os operadores deônticos aplicam-se à apenas uma constante ou variável proposicional. Os sistemas monádicos, obtidos a partir da adição simples dos operadores deônticos a um sistema de lógica proposicional, não resulta automaticamente em um sistema deôntico livre de paradoxos. Neste item serão vistos como tais sistemas têm como conseqüências fórmulas que, apesar de atenderem ao requisito formal de validade do cálculo, são contraintuitivas.

A interpretação dada por VON WRIGHT às variáveis proposicionais em *Deontic Logic* é em termos de atos. As variáveis designam ações em geral, não ações individuais, se referem não ao homicídio em particular, mas ao homicídio em geral. Esta interpretação possui especiais conseqüências[50]. No primeiro caso, substituindo o conceito de valor de verdade pelo de valor de performance, não há sentido inferir "p" e "q" da fórmula "$p \wedge q$". Esta fórmula significa que um ato do tipo "p" é realizado e do tipo "q" é realizado. Há, neste primeiro caso, uma mudança de significado nos conectivos da lógica proposicional de base. No segundo caso, se interpreta-se as variáveis proposicionais como ações individuais, algumas leis da lógica proposicional standard não são válidas, como, por exemplo, de "p" e "q" não podemos derivar "$p \wedge q$".

Um famoso paradoxo que surge em sistemas de lógica deôntica monádica é apontado por Artur N. PRIOR, denominado de "*paradoxo da obrigação derivada*":

[50] GRANA, Nicola. *Logica Deontica Paraconsistente*. pg. 22.

$$O{\sim}p \rightarrow O(p \rightarrow q)$$

ou

$$\sim Pp \rightarrow O(p \rightarrow q)$$

Ambas formulações significam que fazer uma coisa proibida obriga-nos a

ou quem comete uma ação proibida possui a obrigação derivada de cumprir qualquer outra ação. Por exemplo, quem comete furto, deve cometer roubo, homicídio, etc. Esta conseqüência é inaceitável.

A.N.C. ROSS formulou outro paradoxo[51], que ficou conhecido como "*paradoxo de ROSS*". É possível exprimi-lo da seguinte maneira:

$$OA \rightarrow O(A \vee B)$$

ou

$$PA \rightarrow P(A \vee B)$$

Se uma ação é obrigatória, então é obrigatória esta ação ou qualquer outra ação. O exemplo dado por ROSS é o seguinte: Se alguém deve enviar uma carta, então deve enviá-la ou destruí-la. O enunciado da fórmula é verdadeiro quando uma das alternativas é verdadeira. Não é admissível que o teorema valide um dever com a destruição da carta.

Outro conhecido paradoxo é o "*do bom samaritano*", representado pela fórmula:

$$O{\sim}A \rightarrow O{\sim}(A \wedge B)$$

[51] ROSS, A.N.C. *Imperatives and logic*, in *Theoria*, 7, 1941, pp. 53-71. Apud N. GRANA, Op. cit., pg. 25.

Ele pode ser traduzido pelo enunciado que se uma ação é proibida, então é proibida a conjunção desta ação com qualquer outra ação. Se é vedado, por exemplo, agredir o viajante, então é vedado agredir o viajante e socorrer o viajante agredido. O bom samaritano que socorre um homem que foi agredido comete uma ação vedada.

Um quarto paradoxo que coloca em xeque os sistemas monádicos de lógica deôntica é o chamado "*paradoxo de R. M. CHISHOLM*", também denominado de paradoxo dos imperativos contra-obrigatórios ou contrários ao dever. As tentativas de formalizar imperativos deste gênero conduzem a contradições lógicas nos sistemas padrão de lógica deôntica. Há várias versões para o paradoxo; consideremos a de L. ÅQVIST[52]:

I. Há a obrigação de John não engravidar Suzy Mae.

II. Não engravidando Suzy Mae, John compromete-se a não casar-se com ela.

III. Engravidando Suzy Mae, John compromete-se a casar com ela.

IV. John engravida Suzy Mae.

O paradoxo surge da dificuldade de formalizar este pequeno conjunto de enunciados atendendo a dois requisitos: a consistência, no sentido de que deles não pode resultar uma contradição e a não-redundância, no sentido de que nenhum dos enunciados pode ser conseqüência dos demais. Propondo a seguinte formalização:

---

[52] Apresentado em L. ÅQVIST. *Deontic Logic*. Handbook of Philosophical Logic. Vol. II: Extensions of Classical Logic. pg. 649-651. Outra versão sobre o paradoxo de CHISHOLM, bem como uma investigação geral sobre as obrigações contrárias ao dever e o seu tratamento em lógica deôntica, modal, raciocínio não

I.

II. $O(\sim p \rightarrow \sim s)$

III. $p \rightarrow Os$

IV. p

Se considerarmos o sistema padrão de lógica deôntica apresentado anteriormente, tendo como característica o axioma $OA \rightarrow PA$ (A4) que, pela regra de equivalência dos operadores é equivalente à $OA \rightarrow \sim O \sim A$, observamos que:

$\{I, II\} \vdash O\sim s$

$\{III, IV\} \vdash Os$

Logo, a presente formalização falha ao não preservar o requisito da consistência. Åqvist demonstra que outras formalizações também não preservam um dos requisitos, como simbolizar o enunciado II, preservando a mesma simbolização para I e IV, por $O(\sim p \rightarrow \sim s)$ e o enunciado III por $O(p \rightarrow s)$, ou II por $\sim p \rightarrow O\sim s$ e III por $p \rightarrow Os$.

Os paradoxos da obrigação derivada, de ROSS, do bom samaritano e de CHISHOLM constituem os principais obstáculos à construção de uma genuína lógica deôntica, revelando dificuldades em sua afirmação como um novo campo autônomo da lógica. Tal fato levou os lógicos deônticos a reformularem os sistemas monádicos, erigindo alternativas para a superação dos paradoxos. Examinaremos tais alternativas, sendo a lógica deôntica paraconsistente uma delas.

---

monotônico e questões semânticas, consultar H. PRAKKEN, M. SERGOT, *Contrary-to-duty Obligations* in

4.1- ALTERNATIVAS PARA CONTORNAR OS PARADOXOS

Uma das alternativas para o contorno dos paradoxos foi a construção de sistemas com modalidades deônticas relativas e/ou hipotéticas e/ou condicionais. Tais sistemas são denominados sistemas diádicos. A polêmica sobre os sistemas alternativos em lógica deôntica é ampla, envolvendo um debate entre vários autores, como VON WRIGHT, N. RESCHER, A.R. ANDERSON, H. M. CASTAÑEDA, J. ROBINSON E A.N. PRIOR que remonta ao final da década de 50. Não é nosso objetivo descrever as posições de todos os autores envolvidos neste debate. Somente para ilustrar e fornecer uma noção das alternativas aos paradoxos, descreveremos resumidamente a proposta de dois lógicos, VON WRIGHT e ANDERSON[53].

Um exemplo de sistema diádico é o sistema de VON WRIGHT de 1956[54], revisado e aperfeiçoado em 1964 em que o operador de permissão é definido como "P(A/c)", que se interpreta como "*A é permitido na condição c*", isto é, A está sob uma permissão relativa. Os axiomas específicos deste sistema são:

1- $P(A/c) \vee P(\sim A/c)$

2- $P(A \wedge B/c) \leftrightarrow (P(A/c) \wedge P(B/c \wedge A))$

Studia Logica, vol. 57, n. 1, 1996.

[53] Para maiores detalhes sobre a revisão da lógica deôntica, as antinomias e dilemas, consultar GRANA, op. cit., pg. 26-36 e principalmente Tecla MAZZARESE, *Antinomie, paradossi, logica deontica*, in *Rivista Internazionale di Filosofia del Diritto*, 4 série - LXI - 1984, p. 419-464.

[54] G.H. Von WRIGHT, *A note on the deontic logic and derived obligation*, in *Mind*, 65, 1956, p. 507509, aperfeiçoado em G.H. Von WRIGHT, *A new system of deontic logic*, in *Danish Yearbook of Philosophy*, I, 1964, p. 173-182, apud GRANA, op. cit., p. 26.

O enunciado 1 significa que na condição c é permitido fazer ou não fazer um ato A arbitrário. O enunciado 2 estabelece que é permitido A e B na condição c, si, A é permitido na mesma condição, e é permitido B sendo suposto que A já tenha sido realizado.

As regras de transformação são as mesmas dos sistemas monádicos e as definições de vedado e obrigatório são:

$$V(A/c)=def \sim P(A/c)$$

$$O(A/c)=def \sim P(\sim A/c)$$

O sistema monádico está incluído neste sistema diádico. Neste sistema não é derivável a tese:

$$\sim P(A/c \vee \sim c) \rightarrow O(B \rightarrow A)$$

Seu significado é que um ato absolutamente vedado não implica qualquer outro ato. O paradoxo da obrigação derivada é assim excluído do sistema.

Em 1964 VON WRIGHT modificará e desenvolverá tal sistema assumindo como operador primitivo O (obrigação) em vez de P (permissão). Os axiomas deste novo sistema são:

1- $\sim(O(A/c) \wedge O(\sim A/c))$

2- $O(A \wedge B/c) \leftrightarrow (O(A/c) \wedge O(B/c))$

3- $O(A/c \vee d) \leftrightarrow (O(A/c) \wedge O(A/d))$

"1"e "2" estabelecem que o conceito de *obrigação condicionada* satisfaz os princípios dos sistemas monádicos em condições constantes. "3" é um axioma da obrigação condicionada. As regras de transformação são as mesmas dos outros sistemas. O sistemá é também decidível.

A proposta de ANDERSON é a da redução da lógica deôntica à lógica modal. O próprio VON WRIGHT já havia ressaltado a semelhança entre as noções de necessidade e possibilidade com as de obrigação e permissão. A partir do conceito de sanção, ANDERSON aplica aos operadores deônticos as proposições descritivas de *estado de coisa* e não *ato*, seja genérico, seja individual[55]. Assim o conceito de sanção é assumido como primitivo e os outros conceitos deônticos são definidos em relação a ele. O sistema de lógica deôntica é uma derivação de um sistema modal *X*, ao qual é adicionado a constante proposicional *S*, que descreve um procedimento de sanção, através do axioma: $M{\sim}S$ [56](significando que a descrição do procedimento pode ser falsa).

A definição dos outros operadores deônticos são:

$$Op = L({\sim}p \rightarrow S)$$

(*o estado de coisa descrito por p é obrigatório se a falsidade de p implica necessariamente o procedimento de sanção*).

$$Pp = M(p \wedge {\sim}S)$$

[55] GRANA, op. cit., p. 29.
[56] Os operadores modais de necessidade e possibilidade são designados por "L" e "M", respectivamente.

(*o estado de coisa descrito por p é permitido, se é possível que p seja verdadeiro e que a descrição do procedimento de sanção seja falsa*).

$$Vp = M\ (p \rightarrow S)$$

(*o estado de coisa descrito por p é vedado, se p implica necessariamente a descrição do procedimento de sanção*).

A economia dos axiomas para construir a lógica deôntica tendo como base a lógica modal simplifica o mesmo sistema de VON WRIGHT, mas o problema reside na interpretação de "S", seja ela descritiva ou valorativa, que ameaça a estrutura formal dos sistemas assim construídos. Para contornar tal problema ANDERSON propõe reduzir a lógica deôntica à lógica modal em que o axioma M~S não seja mais exigido. Portanto, ao sistema *X* de lógica modal de acrescenta a constante proposicional "B" sem dar a essa alguma interpretação, nem mesmo deôntica, resultando no sistema *"OX"*. A proposta de ANDERSON demonstra que, de um ponto de vista sintático, a lógica deôntica não é mais que uma lógica modal.

De derivação modal são também os sistemas *"OM"* de ANDERSON, nos quais os operadores deônticos vêm aplicados às proposições contingentes (nem necessárias nem impossíveis). Se parte de uma constante proposicional *"S"* acrescentada a um sistema de lógica modal, mais um axioma que qualifica a sanção como contingente e as seguintes definições de operadores deônticos com a utilização da noção de "possibilidade lógica":

$$Op = ((Mp) \wedge (M{\sim}p)) \wedge {\sim}M({\sim}p \wedge {\sim}S)$$

$$Vp = ((Mp) \wedge (M{\sim}p)) \wedge {\sim}M(p \wedge {\sim}S)$$

$$Pp = M{\sim}p \wedge M(p \wedge {\sim}S)$$

$$Ip = M(p \wedge {\sim}S) \wedge M({\sim}p \wedge {\sim}S)$$

Os vários sistemas de ANDERSON apresentam implicitamente um compromisso com uma definição da natureza ontológica da norma, segundo a qual a violação de qualquer obrigação gera a aplicação da sanção, excluindo assim as obrigações que, ao serem violadas, não são sucedidas necessariamente pelo procedimento sancionatório. Esta concepção excessivamente realista de ANDERSON foi o principal obstáculo levantado por seus críticos aos seus sistemas, entre eles, VON WRIGHT.

Não é nosso objetivo aqui detalhar todas as tentativas de superação dos paradoxos, mas deixaremos anotado as posteriores tentativas de ANDERSON e VON WRIGHT. ANDERSON, atento as críticas a ele dirigidas, construiu outros sistemas baseando-se na noção de implicação relevante[57], e VON WRIGHT elaborou um sistema de lógica deôntica baseado em uma "lógica da ação"[58], introduzindo conceitos novos como condições e noções temporais.

Baseado na lógica da ação de VON WRIGHT, DA COSTA[59] formulou novos fundamentos para a lógica deôntica, distinguindo uma lógica fraca da ação e uma lógica forte da ação, estendendo-a ainda ao cálculo de predicados de primeira ordem com igualdade, com o objetivo de conformá-la com a prática do Direito.

---

[57] A. R. ANDERSON. *Some nasty problems in the formal logic of ethics*, in *Nous*, I, 1967, pp. 345-360; apud GRANA, op.cit., pg. 31.
[58] G.H. von WRIGHT. *Norm and Action*, London, Routledge and Kegan Paul, 1963.

[59] *Novos Fundamentos Para a Lógica Deôntica, Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática*, 2ª série, vol. 11, nº 1, 1990, p. 5-9.

A expressões da lógica fraca da ação de DA COSTA denotam atos individuais no sentido de VON WRIGHT em *Deontic Logic*. Se A e B forem atos, denota-se por $\neg A$ e $A \vee B$ a negação de A e a disjunção de A e B, respectivamente. As noções de implicação ($\rightarrow$), conjunção ($\wedge$) e equivalência ($\leftrightarrow$) de atos são definidas conforme o cálculo proposicional. As expressões que designam atos nunca são verdadeiras ou falsas, pois não expressam proposições ou formas proposicionais. Um ato pode ser realizado ou não realizado e o nome de ato possuirá o valor de performance *realizado* ou o valor de performance *não realizado*.

A, B e C representam expressões denotando atos, ou seja, nome de atos. Partindo-se de variáveis para nomes de atos (a-variáveis), $\neg$, $\vee$ e parênteses, define-se a noção de fórmula que se refere a nomes de atos (a-fórmulas) através das condições:

1- as a-variáveis a_1, a_2, a_3 , ..., são a-fórmulas;

2- se A e B forem a-fórmulas, então $\neg A$ e $(A \vee B)$ também são a-fórmulas.

Com estas noções, a lógica fraca da ação de DA COSTA é formalmente equivalente ao cálculo proposicional comum. Desta maneira, facilmente são introduzidos os conceitos de tabela de performance, correspondente à tabelas de verdade, a-tautologia, a-contratautologia, conseqüência semântica de um conjunto de atos, etc.

A lógica forte da ação inclui a lógica fraca da ação, com a adição dos seguintes símbolos:

1- variáveis proposicionais (p-variáveis): p_1, p_2, p_3, ...;

2- o símbolo λ. Intuitivamente, se A for um ato, então λA exprime a proposição que afirma que A foi realizado, conforme a tabela:

A	λ
R	V
N	F

onde R e N abreviam *realizado* e *não-realizado* e V e F abreviam *verdadeiro* e *falso*.

As fórmulas proposicionais (p-fórmulas) devem obedecer as cláusulas:

1- as p-variáveis são p-fórmulas;

2- se α e β forem p-fórmulas, então $\neg\alpha$ e $(\alpha\vee\beta)$ são p-fórmulas ($(\alpha\rightarrow\beta)$, $(\alpha\wedge\beta)$ e $(\alpha\leftrightarrow\beta)$ são definidas de maneira usual);

3- se A for uma a-fórmula, λA é uma p-fórmula.

Os conectivos têm sentido duplo: eles enlaçam não apenas nomes de ato, mas também expressões proposicionais. As noções sintáticas e semânticas do cálculo proposicional clássico podem ser estendidas à lógica forte da ação. Ela pode ser sistematizada pela seguinte axiomática, sendo correta e completa relativa à sua semântica:

1- postulados para as p-fórmulas, análogos aos de um sistema de axiomas para o cálculo proposicional clássico, baseando em $\neg$ e $\vee$;

2- $\lambda\neg A\leftrightarrow\neg\lambda A$

3- $\lambda(A\vee B)\leftrightarrow(\lambda A\vee\lambda B)$

Podem ser provados como teoremas na lógica forte da ação:

$\vdash \lambda(A\wedge B)\leftrightarrow(\lambda A\wedge\lambda B)$

$\vdash \lambda(A\rightarrow B)\leftrightarrow(\lambda A\rightarrow\lambda B)$

$\vdash \lambda(A\leftrightarrow B)\leftrightarrow(\lambda A\leftrightarrow\lambda B)$

$\vdash \lambda A\rightarrow(\lambda C\rightarrow\lambda A)$

$\vdash \lambda A$, onde A é uma a-tautologia

$\vdash \gamma\lambda A$, onde A é uma a-contratautologia

$\vdash ((\lambda A\leftrightarrow\alpha)\wedge(\lambda B\leftrightarrow\beta)\wedge(\alpha\leftrightarrow\beta)\rightarrow\lambda(A\leftrightarrow B)$

Obtém-se um sistema proposicional de lógica deôntica D, juntando-se à lógica precedente o símbolo $\Rightarrow$, governado por postulados convenientes. O conceito de p-fórmula de D é o mesmo da lógica forte da ação, com uma condição adicional: se α for uma p-fórmula e A uma a-fórmula, então $(\alpha\Rightarrow A)$ é uma p-fórmula. Informalmente, $\alpha\Rightarrow A$ significa que, se α for verdadeira, então A é obrigatória. α, β e γ representam p-fórmulas de D, cujos postulados são os da lógica forte da ação, juntamente com os seguintes:

1- $(\alpha\Rightarrow(A\rightarrow B))\rightarrow((\alpha\Rightarrow A)\rightarrow(\alpha\Rightarrow\beta))$

2- $(\tau\Rightarrow A)\rightarrow\neg(\tau\Rightarrow\neg A)$, onde τ é uma p-tautologia

3- $((\alpha\Rightarrow A)\wedge(\beta\Rightarrow A))\rightarrow((\alpha\vee\beta)\Rightarrow A)$

4- $$\frac{\alpha\leftrightarrow\beta}{(\alpha\Rightarrow A)\leftrightarrow(\beta\Rightarrow A)}$$

5- $$\frac{\lambda(A\leftrightarrow B)}{(\alpha\Rightarrow A)\leftrightarrow(\alpha\Rightarrow B)}$$

O sistema D constitui uma espécie de 'lógica minimal'. Seria possível a adição de outros postulados, como: $((\alpha\Rightarrow A)\wedge(\alpha\Rightarrow B))\leftrightarrow(\alpha\Rightarrow(A\wedge B))$.

Definição:

$\alpha \Rightarrow OA =_{def} \alpha \Rightarrow A$

$\alpha \Rightarrow \wp A =_{def} \neg(\alpha \Rightarrow O\neg A)$

$OA =_{def} \tau \Rightarrow A$, onde τ é uma tautologia

$\wp A =_{def} \neg O \neg A$

$O(A,\alpha) =_{def} \alpha \Rightarrow OA$

$\wp(A,\alpha) =_{def} \alpha \Rightarrow \wp A$

Os paradoxos de ROSS, do Bom Samaritano, do compromisso deôntico e de CHISHOLM não são deriváveis em D. A regra $\lambda A/\alpha \Rightarrow A$ não é válida nesse cálculo. Dilemas morais da forma $(\alpha \Rightarrow OA) \wedge (\alpha \Rightarrow O\neg A)$ não são excluídos por D, embora ele exclua a possibilidade de dilemas absolutos, da forma $OA \wedge \neg OA$.

Ampliando D a uma lógica de primeira ordem superior, todo o conteúdo da lógica de VON WRIGHT de *Norm and Action* pode encontrar guarida em tais lógicas.

Para obter um cálculo de predicados deôntico com igualdade, DA COSTA[60] formulou um novo sistema denominado L_r (lógica da ação predicada restrita). Seus símbolos primitivos são:

[60] *New systems of Predicate Deontic Logic*, *The Journal of Non-Classical Logic*, Vol. 5, nº 2, novembro 1988, p. 75-80.

1- conectivos: $\neg$ e $\vee$ (os outros são definidos de maneira usual);

2- letras-ato-predicado: para todo n $\in \omega$, uma família infinita denumerável de letras-ato-predicado (ou símbolos) de aridade n;

3- termos: uma coleção infinita denumerável de variáveis individuais e uma lista arbitrária de constantes individuais;

4- o quantificador existencial $\exists$ ($\forall$ é introduzido de maneira usual);

5- símbolos auxiliares: parênteses e vírgula;

6- o símbolo de igualdade: = .

Os conceitos de ato-fórmula (a-fórmula), ato-sentença (a-sentença) e noções sintáticas usuais são definidas como no cálculo de predicados. Letras latinas maiúsculas indicam a-fórmulas.

A interpretação das fórmulas de L_r é feita com base no valor de performance dos atos, ou seja, realizado ou não realizado, similar à semântica standard do cálculo de predicados. Logo, a semântica de L_r é isomorficamente idêntica à semântica do cálculo de predicados de primeira ordem, consequentemente, com os resultados da correção e completude de L_r relativamente à mesma semântica.

L_r pode ser estendida a uma lógica mais forte L_s, que possui fórmulas expressando não somente atos-significações, mas também proposições. A noção de fórmula é modificada com a adição do símbolo λ e da cláusula: se A é uma a-fórmula de L_r, então λA é uma p-fórmula. Os símbolos para os conectivos e quantificadores de L_s são os mesmos para L_r. Letras gregas minúsculas indicam p-fórmulas e letras maiúsculas latinas a-fórmulas (como em L_r). Intuitivamente, se A expressa um ato, então λA denota a proposição que A é realizado. A nunca é verdadeiro ou falso, enquanto λA é sempre verdadeiro ou falso.

O seguinte sistema axiomático caracteriza L_s:

1- um sistema completo de axiomas e regras para o cálculo de predicados standard com igualdade, governando as p-fórmulas em que $\neg$ e $\vee$ são os conectivos primitivos e $\exists$ o quantificador primitivo[61];

2- $\lambda\neg A\leftrightarrow\neg\lambda A$

$\lambda(A\vee B)\leftrightarrow(\lambda A\vee\lambda B)$

$\lambda\exists xA\leftrightarrow\exists x\lambda A$

Se A é uma a-fórmula, então λA é provável em L_s se e somente se A é provável em L_r. Logo, L_s possui uma semântica correta e completa

Adicionando a L_s o símbolo $\Rightarrow$, um novo tipo de lógica deôntica com predicados *D* é obtida. Para isso basta adicionar um sexto postulado aos postulados do sistema anterior D:

6- $\forall x(\alpha \Rightarrow A)\rightarrow(\exists x\alpha \Rightarrow A)$, onde a variável x não é livre em A.

Como em D, o seguinte postulado poderia se adicionado:

$\forall x(\alpha \Rightarrow A)\leftrightarrow(\alpha \Rightarrow \forall xA)$, onde α não contém x como uma variável livre.

As definições de *D* são as mesmas de D, com exceção do símbolo $\wp$, que em *D* significa o operador de permissão P. Assim, em *D* temos:

[61] Um sistema de axiomas e regras apropriado para o cálculo proposicional a partir de $\neg$ e $\vee$ como símbolos primitivos seria, com $A\rightarrow B$ abreviando $\neg A\vee B$: (A1) $A\vee A\rightarrow A$, (A2) $A\rightarrow A\vee B$, (A3) $A\vee B\rightarrow B\vee A$, (A4) $(B\rightarrow C)\rightarrow(A\vee B\rightarrow A\vee C)$, (R1) $A, A\rightarrow B/C$.

$PA =_{def} \neg O \neg A$

$P(A,\alpha) =_{def} \alpha \Rightarrow PA$

Os paradoxos deônticos também não são deriváveis em *D*, podendo ainda ser estendida a lógicas de ordem superior.

4.2- DILEMAS DEÔNTICOS

Uma dos conhecidos e importantes resultados da lógica clássica é denominado, desde a Idade Média, de *ex falso sequitur quodlibet*, o que significa de "de uma falsidade, tudo pode ser concluído". Tal resultado tem como conseqüência que, em sistemas de lógica clássica e em teorias que a tenham como lógica subjacente, a presença de uma contradição trivializa o próprio sistema. Para a prova do resultado[62], utiliza-se os próprios axiomas de *C*:

Teorema a ser provado: $\vdash \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$

[62] Para a prova de outros teoremas também importantes, como o da dupla negação, o da adição e o da simplificação, ver MENDELSON, op.cit., p. 31 e seguintes.

Prova:

1. A	premissa
2. $\neg A$	premissa
3. $A \rightarrow (\neg B \rightarrow A)$	Axioma 1
4. $\neg A \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$	Axioma 1
5. $\neg B \rightarrow A$	1,3, Modus Ponens
6. $\neg B \rightarrow \neg A$	2,4, Modus Ponens
7. $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B$	Axioma 3
8. $(\neg B \rightarrow A) \rightarrow B$	6,7, Modus Ponens
9. B	5,8, Modus Ponens
10. $\neg A, A \vdash B$	de 1 a 9
11. $\neg A \vdash A \rightarrow B$	Teorema da Dedução
12. $\vdash \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$	Teorema da Dedução

A prova do teorema acima demonstra que, partindo de duas premissas contraditórias, A e $\neg A$, deduzimos uma fórmula B qualquer como teorema (passo 9). Logo, se derivarmos uma contradição na lógica clássica, e em teorias que a utilizem como lógica de base, esta conseqüência *trivializa* o próprio sistema, ou seja, a partir de uma contradição, uma fórmula arbitrária pode ser um teorema.

Esta importante característica da lógica clássica introduz, em lógicas deônticas standard, como o sistema *D*, a exclusão dos dilemas deônticos, que podem ser definidos como os análogos deônticos das contradições. São fórmulas que expressam que uma ação é obrigatória e não é ao mesmo tempo, como $O(A \wedge \neg A)$, ou que é juntamente proibida e permitida, como $FA \wedge PA$. Tais fórmulas são inválidas nos sistemas deônticos que são extensões da lógica clássica. Estender a lógica deôntica a partir da lógica paraconsistente não leva necessariamente à exclusão dos dilemas deônticos, pois nestes sistemas a presença de uma contradição não trivializa o próprio sistema.

No capítulo seguinte analisaremos a nova perspectiva aberta pela lógica paraconsistente à lógica deôntica, quanto à resolução dos paradoxos.

Capítulo V

SISTEMAS DE LÓGICA DEÔNTICA PARACONSISTENTE

A partir de 1985, Newton C. A. DA COSTA e seus colaboradores produziram diversos artigos, nos quais são desenvolvidos uma famíla de sistemas de lógica deôntica paraconsistente. A idéia básica é, como forma de contornar os anteriormente mencionados paradoxos da lógica deôntica, mudar a lógica de base dos sistemas deônticos de clássica para uma lógica paraconsistente. Esta não é a única alternativa para o contorno dos paradoxos, havendo outras possibilidades em aberto, conforme PUGA, DA COSTA e VERNENGO:

> *Therefore, if we remain stubbornly attached to a pure classical logic, we run the risk of trivialization. To surmount these difficulties, different ways are open: 1) it is possible to weaken the deontic postulates or axioms, legal or moral, keeping classical logic as a mere subyacent logic; 2) we can have resource to a paraconsistent logic; 3) we can proceed in the manner suggested by Alchourrón, Makinson and other autors(...), who try to systematize the elimination of inconsistencies in normative systems, through a recuperetion of consistency by formal resources; 4) we can try to replace the classical monotonic notion of consequence by a non-monotonic logical system".*[63]

Basicamente, as tentativas de contornar os paradoxos em lógica deôntica enveredam recentemente pelos quatro caminhos indicados pelos autores, ou seja, enfraquecer os postulados deônticos ou os axiomas, mantendo ainda a lógica clássica, ou, neste mesmo sentido, recuperar a noção de consistência através de recursos formais, ou modificar a noção de conseqüência da lógica clássica (monotônica) para um sistema lógico não-monotônico, ou recorrer a uma lógica paraconsistente. Não examinaremos nesta dissertação as outras possibilidades, restringindo-nos apenas à lógica deôntica estendida a partir da lógica paraconsistente. Antes de descrevermos os recentes desenvolvimentos neste campo, convém expor os cálculos paraconsistentes.

---

[63] PUGA, DA COSTA, VERNENGO. *Normative logics, morality and law*, in *Experts systems in law*. 1992. p. 357.

5.1- A LÓGICA PARACONSISTENTE

A lógica paraconsistente (cf. p. 9-11) surgiu inicialmente com a tese de cátedra em Análise Matemática e Análise Superior do Professor Newton Carneiro Affonso DA COSTA para a antiga Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade Federal do Paraná, intitulada *Sistemas Formais Inconsistentes*[64], em 1964.

Faremos a exposição, de maneira abreviada[65], do conteúdo desta obra, restringindo-nos apenas ao relativo aos cálculos proposicionais para sistemas formais inconsistentes, apesar de outros capítulos tratarem de cálculos de predicados para sistemas formais inconsistentes com ou sem igualdade, aplicações em descrições e teoria dos conjuntos.

Os cálculos proposicionais que servem de base a sistemas dedutivos inconsistentes constituem uma hierarquia de cálculos C_n ,$1\leq n\leq\omega$, sendo cada um mais fraco que os precedentes. Denotando por C_0 o cálculo proposicional clássico, obtém-se a seguinte hierarquia de cálculos: C_0, C_1, C_2, ..., C_n, ..., C_ω. Os cálculos devem satisfazer as seguintes condições: I - conter o máximo possível de esquemas e regras de dedução do cálculo clássico; II - o princípio da não contradição, $\neg(A\wedge\neg A)$, não deve ser válido; III - de duas fórmulas contraditórias, $A\wedge\neg A$, não dever ser possível, em geral, deduzir uma fórmula arbitrária e; IV - se as proposições forem "bem comportadas", toda fórmula válida do cálculo clássico também o será nos cálculos inconsistentes.

---

[64] Reeditado pela Editora da UFPR, sob o mesmo título, em 1993.
[65] Sobre os sistemas de lógica paraconsistente e o cálculo C1, cf. DA COSTA, N.C.A. *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*, p. 237-240; DA COSTA, N.C.A. *On the theory of inconsistent formal systems* e; D'OTTAVIANO, I.M.L., *On the development of paraconsistent logic and Da Costa's work. The journal of Non Classical Logic*, Volume 7, N. 1/2, May-November, 1990, p. 111-122.

Conforme já dito, C_0, no simbolismo de DA COSTA, equivale ao cálculo *C* já apresentado. O primeiro na hierarquia dos cálculos inconsistentes é C_1, que possui os seguintes postulados, onde A° é a abreviação de $\neg(A\wedge\neg A)$:

1- $A\rightarrow(B\rightarrow A)$

2- $(A\rightarrow B)\rightarrow((A\rightarrow(B\rightarrow C))\rightarrow(A\rightarrow C)$

3- $A, A\rightarrow B/B$

4- $(A\wedge B)\rightarrow A$

5- $(A\wedge B)\rightarrow B$

6- $(A\rightarrow(B\rightarrow(A\wedge B))$

7- $A\rightarrow(A\vee B)$

8- $B\rightarrow(A\vee B)$

9- $(A\rightarrow C)\rightarrow((B\rightarrow C)\rightarrow(A\vee B\rightarrow C))$

10- $A\vee\neg A$

11- $\neg\neg A\rightarrow A$

12- $B^\circ\rightarrow((A\rightarrow B)\rightarrow((A\rightarrow\neg B)\rightarrow\neg A))$

13- $A^\circ\wedge B^\circ\rightarrow(A\rightarrow B)^\circ$

14- $A^\circ\wedge B^\circ\rightarrow(A\wedge B)^\circ$

15- $A^\circ\wedge B^\circ\rightarrow(A\vee B)^\circ$

Teorema 1

Em C1 todas as regras de dedução do cálculo proposicional clássico do Teorema 2 do livro de KLEENE, *Introduction to Metamathematics* são verdadeiras, com exceção da regra de redução ao absurdo, que em C_1 enuncia-se:

Se $\Gamma, A \vdash B^{\circ}$, $\Gamma, A \vdash B$ e $\Gamma, A \vdash \neg B$, então $\Gamma \vdash \neg A$.

Teorema 2

Entre outros, os seguintes esquemas não são válidos em C_1.

$\neg A \to (A \to B)$,

$A \to (\neg A \to B)$,

$(A \wedge \neg A) \to B$,

$(A \to B) \to ((A \to \neg B) \to \neg A)$,

$(A \leftrightarrow \neg A) \to B$,

$\neg (A \wedge \neg A)$,

$(A \to B) \to (\neg A \vee B)$,

$(A \to B) \to (\neg B \to \neg A)$,

$\neg A \to (A \to \neg B)$,

$A \to (\neg A \to \neg B)$,

$(A \wedge \neg A) \to \neg B$,

$A \to \neg\neg A$,

$(A \leftrightarrow \neg A) \rightarrow \neg B$,

$((A \vee B) \wedge \neg A) \rightarrow B$,

$A \leftrightarrow \neg\neg A$.

Demonstração: Empregando as matrizes seguintes, onde os valores distinguidos[66] são 1 e 2:

$A \wedge B$:

A | B	1	2	3
1	1	1	3
2	1	1	3
3	3	3	3

$A \vee B$:

A | B	1	2	3
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	1	3

[66] O emprego de tabelas verdade ou matrizes é uma técnica para provar a independência dos axiomas de uma teoria axiomática: neste caso, a técnica é utilizada para provar fórmulas que não são válidas, construindo-se um modelo. Uma teoria axiomática M é adequada se os teoremas de M coincidem com as fórmulas excepcionais de M, ou seja, fórmulas com tabelas verdade contendo somente valores designados. Para maiores detalhes, cf. MENDELSON, p. 35-37.

$A \rightarrow B$:

A	B 1	2	3
1	1	1	3
2	1	1	3
3	1	1	1

$\neg A$:

A	$\neg A$
1	3
2	1
3	1

Teorema 3

Em C_1 todos os esquemas e regras de dedução do cálculo proposicional clássico são válidos, e, se juntarmos a C_1 o princípio da não-contradição, obtém-se C_0. Em C_1 tem-se também:

$B°, A \rightarrow B \vdash \neg B \rightarrow \neg A$,

$B°, \neg A \rightarrow B \vdash \neg B \rightarrow A$,

$B°, A \rightarrow \neg B \vdash B \rightarrow \neg A$,

$B°, \neg A \rightarrow \neg B \vdash B \rightarrow A$,

$\vdash (A \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A$,

$\vdash (\neg A \rightarrow A) \rightarrow A,$

$\vdash A^{\circ} \rightarrow (\neg A)^{\circ}$

Teorema 4

Se $A_1, A_2, \ldots, A_m$ são os componentes primos das fórmulas Γ, A, então condição necessária e suficiente para que $\Gamma \vdash A$ em C_0 é que $\Gamma, A_1^0, A_2^0, \ldots, A_m^0 \vdash A$ em C_1.

Em C_1 a classe das proposições é decomposta em proposições de dois tipos: na classe das bem comportadas, toda fórmula válida no cálculo clássico também é válida em C_1; se A for mal comportada, é possível ter $A \wedge \neg A$. Também são distinguidas duas classes de negações: a negação forte, que possui as mesmas propriedades da negação clássica, e a negação fraca, que admite contradições.

Assim, a negação forte "~" é definida a partir da negação fraca "¬":

$$\sim A =_{def} \neg A \wedge \neg (A \wedge \neg A)$$

ou

$$\sim A =_{def} \neg A \wedge A^{\circ}$$

Teorema 5

Em C_1, "~" tem todas as propriedades da negação clássica, sendo válidos os seguintes esquemas:

$A \vee \sim A$

$(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \sim B) \rightarrow \sim A)$

$\sim A \rightarrow (A \rightarrow B)$

$\sim (A \wedge \sim A)$

$A \leftrightarrow \sim\sim A$

$(A \leftrightarrow \sim A) \rightarrow B$

Dependendo do contexto, pode-se empregar uma ou outra negação. Assim, os cálculos paraconsistentes não foram elaborados para eliminar a lógica clássica, mas para ampliar seus domínios e incluí-la como um caso particular.

Teorema 6

C_1 é consistente.

Um sistema não trivial S diz-se finitamente trivializável se existe uma fórmula (não um esquema) F tal que, juntando-se F a S como um novo axioma, o sistema resultante é trivial. Por exemplo, os cálculos proposicionais e os cálculos de predicados, clássico e intuicionista, são, ambos, finitamente trivializáveis.

Teorema 7

C_1 é finitamente trivializável.

Demonstração: qualquer fórmula do tipo $A \wedge \sim A$ trivializa C_1.

Teorema 8

Todo cálculo pertencente à hierarquia C_n, $0 \leq n \leq \omega$, é finitamente trivializável. C_ω é finitamente trivializável.

Teorema 9

Cada cálculo da hierarquia C_0, C_1, C_2, ..., C_n, ..., C_ω é estritamente mais forte que os seguintes.

Este importante resultado da hierarquia dos cálculos paraconsistentes é analisado por DA COSTA:

> É claro que, em determinado sentido, cuja caracterização não oferece dificuldade, se basearmos um sistema formal em Cn, há menor segurança quanto à possibilidade dele ser trivial, do que se utilizarmos o cálculo C_{n+1}, n = 0, 1, 2, ..., o máximo de segurança, dentro da hierarquia atrás delineada, obtém-se usando C_ω. Todavia, quanto mais avançamos na hierarquia, obtemos cálculos cada vez mais fracos. De um modo impreciso, poderíamos afirmar que a razão humana parece atingir o ápice de sua potência quanto mais se aproxima do perigo da trivialização[67].

Tal resultado é surpreendente: quanto menor o perigo de trivialização, mais fraco é o cálculo obtido.

[67] DA COSTA, N C.A. *Sistemas Formais Inconsistentes*, p. 21.

O seguinte teorema, devido à Ayda I. ARRUDA[68], possui um interessante resultado acerca da decidibilidade dos cálculos paraconsistentes:

Teorema 10

Os cálculos C_n, $1 \leq n \leq \omega$, não são decidíveis por matrizes finitas.

Teorema 11

Os cálculos C_n, $1 \leq n \leq \omega$, são decidíveis.

Teorema 12

Os esquemas do Teorema 2 não valem em C_n, $1 \leq n \leq \omega$.

Teorema 13

Em C_n, $1 \leq n \leq \omega$, tem-se:

$B^{(n)}, A \to B \vdash \neg B \to \neg A$,

$B^{(n)}, \neg A \to B \vdash \neg B \to A$,

$B^{(n)}, A \to \neg B \vdash B \to \neg A$,

[68] ARRUDA. A.I. *Remarques sur les systémes Cn*. C.R. Acad. Sc. Paris 280A. p. 1253-1256. apud D'OTTAVIANO, I.M.L. *On the development of paraconsistent logic and Da Costa's work*. *The journal of Non Classical Logic*. Volume 7. N. 1/2, May-November. 1990.

$B^{(n)}, \neg A \to \neg B \mid\!\!— B \to A,$

$\mid\!\!— (A \to \neg A) \to \neg A,$

$\mid\!\!— (\neg A \to A) \to \neg A,$

$\mid\!\!— A^{(n)} \to (\neg A)^{(n)}$

$\mid\!\!— A^{(n)(n)}.$

Teorema 14

C_n, $1 \leq n \leq \omega$, é consistente.

Teorema 15

Em C_ω, a lei de PIERCE, $((A \to B) \to A) \to A$, não vale.

Em geral, os resultados referentes a C_1 podem ser adaptados para se aplicar a C_n, $2 \leq n \leq \omega$.

5.1.1- A SEMÂNTICA DE C1

A semântica de C_1 é construída por N.C.A. DA COSTA e E.H. ALVES[69], a partir dos seguintes conceitos.

Supõe-se as fórmulas de C1, construídas a partir de um conjunto infinito e enumerável de variáveis proposicionais, dos conectivos $\rightarrow$, $\wedge$, $\vee$, $\neg$ e dos parênteses.

O conjunto das fórmulas de C1 será denotado por F. Γ e Δ denotarão, sempre, subconjuntos quaisquer de F. Os símbolos $\Rightarrow$ e $\Leftrightarrow$ são as abreviações metalingüísticas da equivalência e da implicação.

O conjunto $\{A \in F: \Gamma \vdash A\}$ será representado por $\bar{\Gamma}$. Diz-se que Γ é trivial se $\bar{\Gamma}$=F. Γ chama-se inconsistente se existe pelo menos uma fórmula A tal que A, $\neg A \in \Gamma$; em caso contrário, Γ diz-se consistente. Define-se de modo evidente a noção de conjunto de fórmulas não trivial maximal.

Teorema 1

Se Γ for não-trivial maximal e A e B forem fórmulas, tem-se:

$\Gamma \vdash A \Leftrightarrow A \in \Gamma$;

$A \in \Gamma \Leftrightarrow {\sim} A \notin \Gamma$;

---

[69] DA COSTA. N.C.A: ALVES. E.H. *Une sémantique pour le calcul C1*. *C.R. Acad. Sc. Paris*. 238 A (1977). p. 729-731. e *A semantical analysis of the calculi Cn*, *Notre Dame Journal of Formal Logic*. XVIII (1977). p. 621-630. Apud DA COSTA. *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*, p. 251-255.

$\sim A \in \Gamma \Leftrightarrow A \notin \Gamma$;

$A \in \Gamma$ ou $\sim A \in \Gamma$;

$\vdash A \Rightarrow A \in \Gamma$;

$A, A^\circ \in \Gamma \Rightarrow \neg A \notin \Gamma$;

$\neg A, A^\circ \in \Gamma \Rightarrow A \notin \Gamma$;

$A, A \rightarrow B \in \Gamma \Rightarrow B \in \Gamma$;

$A^\circ, B^\circ \in \Gamma \Rightarrow (A \rightarrow B)^\circ, (A \wedge B)^\circ, (A \vee B)^\circ \in \Gamma$;

$A^\circ \in \Gamma \Rightarrow (\neg A)^\circ \in \Gamma$.

Uma interpretação (ou validação) de C_1 é uma função v: $F \rightarrow \{0,1\}$ tal que (A e B sendo fórmulas quaisquer):

1- $v(A) = 0 \Rightarrow v(\neg A) = 1$;

2- $v(\neg\neg A) = 1 \Rightarrow v(A) = 1$;

3- $v(B^\circ) = v(A \rightarrow B) = v(A \rightarrow \neg B) = 1 \Rightarrow v(A) = 0$;

4- $v(A \rightarrow B) = 1 \Leftrightarrow v(A) = 0$ ou $v(B) = 1$;

5- $v(A \wedge B) = 1 \Leftrightarrow v(A) = v(B) = 1$;

6- $v(A \vee B) = 1 \Leftrightarrow v(A) = 1$ ou $v(B) = 1$;

7- $v(A^\circ) = v(B^\circ) = 1 \Rightarrow v((A \rightarrow B)^\circ) = v((A \wedge B)^\circ) = v((A \vee B)^\circ) = 1$.

Teorema 2

Se v for uma validação de C_1, v tem as seguintes propriedades:

$v(A) = 1 \Leftrightarrow v(\sim A) = 0;$

$v(A) = 0 \Leftrightarrow v(\sim A) = 1;$

$v(A°) = 0 \Leftrightarrow v(A) = v(\neg A)=1;$

$v(A) = 0 \Leftrightarrow v(A) = 0$ e $v(\neg A) = 1;$

$v(A°) = 1 \Leftrightarrow v((\neg A)°) = 1;$

$v(A) = 1 \Leftrightarrow v(A) = 1$ ou $v(\neg A) = O.$

Definição 1. *Uma validação v* é singular se existe pelo menos uma fórmula A tal que $v(A) = v\,(\neg A) = 1$. Se essa condição não for satisfeita, v diz-se normal.

Definição 2. A fórmula A é válida se, para toda a validação v, v(A) = 1. A validação v é um modelo do conjunto Γ se tivermos v(A) = 1 para toa fórmula A de Γ. Suponhamos que v(A) = 1 para toda validação v que é modelo de Γ; neste caso, escreve-se: $\Gamma \models A$ (em particular, $\models A$ significa que A é válida).

Lema 1. $\Gamma \vdash A \Rightarrow \Gamma \models A.$

Demonstração: Por indução sobre o comprimento de dedução de A a partir de Γ.

Lema 2. *Todo conjunto de fórmulas que for não-trivial está contido em um conjunto não-trivial maximal.*

Corolário. *Existem conjuntos inconsistentes e não-triviais.*

Demonstração. Como em C_1 o esquema $(A \wedge \neg A) \rightarrow B$ não é válido, deduz-se facilmente que o conjunto $\{p, \neg p\}$ é inconsistente, mas não é trivial, onde p é variável proposicional.

Lema 3. Todo conjunto Γ não-trivial e maximal possui modelo.

Demonstração. Define-se a função v: $F \rightarrow \{0,1\}$, como se segue: para toda fórmula A, se A pertence a Γ, põe-se $v(A) = 1$; se A não pertence a Γ, faz-se $v(A) = 0$. Em seguida, mostra-se que v satisfaz as condições 1-7 da definição de validação.

Corolário. Existem validações singulares (e, evidentemente, validações normais).

Demonstração: $\{p, \neg p\}$ é um conjunto inconsistente e não-trivial. Logo, ele está contido em um conjunto não trivial maximal que possui modelo v; v é singular, como se percebe imediatamente.

Teorema 3 (Completude forte). $\Gamma \models A \Rightarrow \Gamma \vdash A$.

Demonstração: Semelhante à do teorema clássico, empregando-se a negação ~ (e não a negação $\neg$).

Corolário (Completude fraca). $\models A \Rightarrow \vdash A$.

Teorema 4. Existem conjuntos de fórmulas que são inconsistentes (mas não-triviais) e que possuem modelo (Γ tem modelo $\Leftrightarrow$ Γ é não-trivial).

Observação. A primeira (ou a segunda) condição do Teorema 2 acarreta 1 e 3 da definição de validação. De fato, suponhamos que $\nu(A) = 1 \Leftrightarrow \nu({\sim}A) = 0$ ou $\nu(A) = 0 \Leftrightarrow \nu({\sim}A) = 1$; então, se $\nu(A) = 0$, deduz-se que $\nu({\sim}A) = 1$ e, por conseguinte, $\nu(\neg A) = 1$. Por outro lado, se $\nu(B^\circ) = \nu(A \to B) = \nu(A \to \neg B) = 1$ e se admitirmos que $\nu(A) = 1$, advém que $\nu(B^\circ) = \nu(B) = \nu(\neg B) = 1$; logo, $\nu(B)=\nu({\sim}B)=1$, o que é absurdo.

Da Costa observa que o valor de uma validação ν para uma fórmula não se acha, em geral, determinado pelos valores de ν para as variáveis proposicionais.

Por meio do método das validações, pode-se demonstrar o seguinte resultado, devido a M. Fidel, que utilizou processos algébricos para o obter:

Teorema 5. C_1 é decidível.

Corolário. $(p \to p)^\circ$ não é tese de C_1.

Definição: Seja Δ o conjunto $\{A^\circ \in F: \vdash A\}$; Γ diz-se fortemente não-trivial se $\Gamma \cup \Delta$ não é trivial. Admitamos, agora, que Δ seja o conjunto $\{A^\circ \in F$: A não é variável proposicional$\}$; diz-se que Γ é estritamente não-trivial se $\Gamma \cup \Delta$ não for trivial.

Teorema 6. *Existem conjuntos que são fortemente não-triviais e conjuntos que são estritamente não-triviais.*

Convém frisar que a semântica precedente é tal que o critério (T) de TARSKI mantém-se válido. Com efeito, se *s* for uma fórmula e [*s*] o se nome, tem-se, evidentemente:

[*s*] é verdadeira (numa validação) se, e somente se, *s*.

A semântica proposta para C_1 por DA COSTA e ALVES, constitui, em certo sentido, uma generalização da semântica tradicional.

As considerações precedentes estendem-se facilmente aos demais cálculos C_n, $1 \leq n \leq \omega$, bem como aos cálculos C_n^* e $C_n^=$, $1 \leq n \leq \omega$. Uma semântica similar pode ser construída para C_ω e também para C_ω^* e $C_\omega^=$ [70].

A semântica de C1 estende a semântica do cálculo proposicional clássico. De um modo geral, a semântica paraconsistente generaliza a clássica. Para DA COSTA, *"portanto, há 'alternativas tarskianas' da teoria da verdade de Tarski, e a lógica paraconsistente se converte em ponto de partida para uma dialética da doutrina clássica da logicidade"*[71].

5.2- CÁLCULOS PROPOSICIONAIS DEÔNTICOS PARACONSISTENTES

Descreveremos, a seguir, uma família dos principais sistemas de lógica deôntica paraconsistente. A interpretação das sentenças dos sistemas adotada pelos autores mencionados é a descritiva, apesar de haver a possibilidade da aplicação da lógica deôntica diretamente às normas em sua função prescritiva.

[70] C_n^*, C_ω^*, $C_n^=$, e $C_\omega^=$ denotam, respectivamente, o cálculo de predicados paraconsistente de ordem n ou ω e o cálculo de predicados paraconsistente com igualdade de ordem n ou ω.
[71] DA COSTA, N.C.A. *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*, p. 255.

5.3- O SISTEMA C_1^D

Um primeiro sistema de lógica deôntica, construído por DA COSTA e CARNIELLI[72], a partir do cálculo C1, é denominado C_1^D.

O operador "O", que significa "é obrigatório que", possui os seguintes postulados:

1- $O(A \to B) \to (OA \to OB)$

2- $OA \to {\sim}O{\sim}A$

3- $A^{\circ} \to (OA)^{\circ}$

4- $\dfrac{A}{OA}$

A demonstração de um teorema α denota-se por $\vdash \alpha$, como de costume.

$\Gamma \vdash \alpha$ se $\gamma_1; \gamma_2, \ldots, \gamma_k$ pertencem a Γ, tal que

$$\vdash (\gamma_1 \wedge \gamma_2 \wedge \ldots \wedge \gamma_k) \to \alpha \text{ em } C_1^D$$

Os operadores deônticos de "vedado" e "permitido" são assim definidos:

$$FA =_{def} O\neg A$$

---

[72] DA COSTA. N.C.A; CARNIELLI. W.A. *On paraconsistente deontic logic*. in *Philosophia*. Dezembro. 1986. p. 293-305 apud GRANA. op. cit.. p. 50-53.

$$PA =_{def} \neg O \neg A$$

Os operadores deônticos fortes de “vedado” e de “permitido” podem ser definidos substituindo o símbolo fraco de negação “¬“ pelo símbolo forte “~“:

$$^{\sim}FA =_{def} O{\sim}A$$

$$^{\sim}PA =_{def} {\sim}O{\sim}A$$

Em C_1^D, sendo uma extensão conservativa de C_1, temos os seguintes teoremas:

$\vdash OA \rightarrow O(A \vee B)$ [paradoxo do Ross]

$\vdash FA \wedge A^{\circ} \rightarrow \neg OA$

$\vdash OB \rightarrow O(A \vee B)$ [paradoxo da obrigação derivada]

$\vdash A^{\circ} \rightarrow \neg(OA \wedge FA)$

$\vdash O{\sim}A \rightarrow {\sim}OA$

$\vdash O(A \wedge B) \leftrightarrow (OA \wedge OB)$ [distribuição deôntica]

$\vdash OA \wedge O{\sim}A \rightarrow OB$

$\vdash {\sim}(OA \wedge {\sim}OA)$

$\vdash OA \wedge O(A \rightarrow B) \rightarrow OB$

Em C_1^D não são válidos os seguintes esquemas:

1- $O\neg(A \wedge \neg A)$

2- $O(A\wedge\neg A)\rightarrow OB$

3- $OA\wedge O\neg A\rightarrow OB$

4- $FA\wedge F\neg A\rightarrow OB$

5- $FA\rightarrow\neg OA$

6- $\neg(FA\wedge PA)$

7- $O(\neg A\wedge\neg\neg A)\rightarrow OB$

8- $FA\wedge F\neg A\rightarrow FB$

C_1^D não é O-deonticamente trivializável por fórmulas do tipo $OA\wedge O\neg A$ e $FA\wedge F\neg A$. Isto significa que os dilemas desta forma são aceitos em C_1^D, sendo uma base adequada para teorias que implicam dilemas morais e jurídicos, teorias que são logicamente inconsistentes, mas não triviais. O mesmo sistema define os conceitos de F-trivialidade deôntica.

O trabalho de DA COSTA e CARNIELLI apresenta também uma semântica de C_1^D utilizando a noção de mundo possível.

A semântica de C_1^D é constituída por uma estrutura do tipo $< W, \leq, \Vdash >$ onde: W é um conjunto não vazio de mundos possíveis; $\leq$ é uma relação binária entre os mundos; $\Vdash$ é uma relação entre os mundos e as fórmulas de C_1^D.

Quando $w\in W$ e a fórmula A são colocadas em relação semântica, escrevemos $w\Vdash A$, que lê-se “w força A”.

Supondo que $w_1, w_2\in W$; $w_1\leq w_2$ significa que w_2 é deonticamente acessível a w_1. Uma estrutura $< w, \leq, \Vdash >$ é dita C_1^D- estrutura quando para todos os mundos $w\in w'$ e para toda a fórmula A e B se tem:

1- $w \Vdash A \to B$ se e somente se $w \Vdash\!\!\!\!\!/\; A$ ou $w \Vdash B$

2- $w \Vdash A \wedge B$ se e somente se $w \Vdash A$ e $w \Vdash B$

3- $w \Vdash A \vee B$ se e somente se $w \Vdash A$ ou $w \Vdash B$

4- Se $w \Vdash B^{\circ}$, $w \Vdash A \to B$ e $w \Vdash A \to \neg B$, então $\Vdash\!\!\!\!\!/\; A$

5- Se $w \Vdash A^{\circ} \wedge B^{\circ}$, então $w \Vdash (A \to B)^{\circ} \wedge (A \wedge B)^{\circ} \wedge (A \vee B)^{\circ}$

6- $w \Vdash \neg A$ quando $\Vdash\!\!\!\!\!/\; A$

7- $w \Vdash A$ quando $\Vdash\!\!\!\!\!/\; \neg\neg A$

8- $w \Vdash OA$ se para todo w' tal que $w \leq w'$, $w' \Vdash A$

9- $w \Vdash A^{\circ}$ implica que $w \Vdash (OA)^{\circ}$

A validade e a conseqüência semântica são conforme a semântica acima descrita.

$\Gamma \models A$ significa que A é forçada em qualquer mundo de qualquer estrutura que força toda a fórmula de Γ. O trabalho procede com uma demonstração da validade e completude do sistema C_1^D com respeito à C_1^D-estrutura.

Se $\Gamma \cup \{A\}$ é um conjunto de fórmulas de C_1^D, então $\Gamma \vdash A$ em C_1^D se e somente se $\Gamma \models^D A$.

C_1^D é decidível, conforme o mesmo método de decisão do sistema modal T.

5.4- O SISTEMA D_1

Um sistema variante de C_1^D, também construído sobre o cálculo paraconsistente C1 de DA COSTA, é o sistema D_1 de L.Z. PUGA[73]. A diferença entre os dois sistemas reside no postulado $PA \rightarrow OPA$, ausente em C_1^D.

PUGA justifica este axioma como uma norma ideal que rege o querer, e sua inclusão possui valor puramente técnico, enriquecendo a contraparte semântica[74].

D_1 possui os axiomas de C_1, mais:

$$A^{\circ} \rightarrow (OA)^{\circ}$$

$$OA \rightarrow PA$$

$$O(A \rightarrow B) \rightarrow (OA \rightarrow OB)$$

$$PA \rightarrow OPA$$

$$\frac{A}{OA}$$

Em D_1 são teoremas:

1- $\vdash OA \rightarrow \sim P \sim A$

2- $\vdash O(A \wedge B) \leftrightarrow (OA \wedge OB)$

3- $\vdash P(A \vee B) \leftrightarrow (PA \vee PB)$

4- $\vdash (OA \vee OB) \rightarrow O(A \vee B)$

5- $\vdash O(A \rightarrow B) \rightarrow (PA \rightarrow PB)$

6- $\vdash PA \wedge OB \rightarrow P(A \wedge B)$

7- $\vdash O(A \vee B) \rightarrow (OA \vee PB)$

8- $\vdash PA \rightarrow PPA$

11- $\vdash POA \leftrightarrow OOA$

12- $\vdash OOA \leftrightarrow OOOA$

13- $\vdash PPA \leftrightarrow PPPA$

14- $\vdash O \sim A \rightarrow \sim OA$

15- $\vdash PPA \leftrightarrow OPA$

16- $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\sim A \vee B)$

17- $\vdash OA \wedge O \sim A \rightarrow OB$

18- $\vdash O \neg A \wedge A^{\circ} \rightarrow \neg OA$

---

[73] PUGA. L. Z. *Uma lógica do querer*. op.cit. p. 73-84.
[74] PUGA. L. Z. *Uma lógica do querer*. op. cit.. p. 89.

9- $\vdash O{\sim}A \leftrightarrow {\sim}PA$

10- $\vdash OOA \rightarrow OA$

19- $\vdash ((A \wedge \neg B) \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow (B \vee C))$

20- $\vdash \neg(A \wedge B) \rightarrow (\neg A \vee \neg B)$

Os seguintes esquemas não válidos em D_1:

1-$(A \wedge \neg A) \rightarrow B$

2- $\neg(A \wedge \neg A)$

3-$(\neg A \wedge (A \vee B)) \rightarrow B$

4- $(A \wedge (\neg A \vee B)) \rightarrow B$

5- $O\neg(A \wedge \neg A)$

6- $(O\neg A \wedge O\neg\neg A) \rightarrow OB$

7- $O\neg A \rightarrow \neg OA$

8- $\neg(O\neg A \wedge \neg O\neg A)$

9- $(O\neg A \wedge O\neg\neg A) \rightarrow O\neg B$

10- $O\neg A \leftrightarrow \neg PA$

11- $A \leftrightarrow \neg\neg A$

12- $(\neg A \wedge \neg B) \rightarrow \neg(A \vee B)$

13- $(\neg A \vee \neg B) \rightarrow \neg(A \wedge B)$

14- $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

15- $O(A \wedge \neg A) \rightarrow OB$

16- $A \leftrightarrow \neg\neg\neg A$

17- $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$

18- $(A \vee B) \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$

19- $(\neg A \vee B) \rightarrow (A \rightarrow B)$

20- $(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \wedge \neg B)$

A semântica de D_1, os teoremas da completude, correção, validade e noção de conseqüência basicamente são os mesmos de C_1^D.

O sistema de L.Z. PUGA ainda possui uma extensão ao cálculo de predicados com igualdade D_1 . Descreveremos a seguir os seus principais aspectos.

A linguagem L1=, de D_1 , é composta pelos seguintes símbolos:

1) lógicos: $\neg$ (*negação*), $\rightarrow$ (*implicação*), $\wedge$ (*conjunção*), $\vee$ (*disjunção*), $\forall$ (*quantificador universal*), $\exists$ (*quantificador existencial*), = (*igualdade*), O (*obrigatoriedade*);

2) variáveis: um conjunto infinito enumerável de *variáveis individuais*;

3) constantes: um conjunto enumerável de *constantes individuais;*

4) um conjunto de símbolos de predicados n-ário, para cada número natural maior que 0;

5) símbolos auxiliares: (,) (*parênteses*).

Os símbolos "$\leftrightarrow$", "PA", "A°", "~A" são os mesmos de D_1, assim como os postulados, as definições, os teoremas e os esquemas não válidos. A D_1 se somam os seguintes postulados (esquemas de axiomas e regras de inferência):

$\forall x(A) \rightarrow Ax[t]$

$Ax[t] \rightarrow \exists xA$

$\forall xA^{\circ} \rightarrow ((\forall xA)^{\circ} \wedge (\exists xA)^{\circ})$

$x = x$

$x = y \rightarrow (A \rightarrow Ax[y])$

$A \leftrightarrow A'$, onde A' é uma variante de A

$\forall xOA \rightarrow O\forall xA$

$x \neq y \rightarrow O(z \neq y)$

$\underline{A \rightarrow B}$

$A \rightarrow \forall xB$

$$\frac{A \rightarrow B}{\exists x A \rightarrow B}$$

Para a semântica os conceitos e as definições são as mesmas de D_1, exceto as específicas para os predicados. A definição de $D_1^{=}$-forçamento em um mundo de uma estrutura deôntica $\Im$ é assim definida:

1- $w \Vdash p^n C_1, c_2 \ldots c_n \Leftrightarrow \langle d_{\Im}(c_1), d_{\Im}(c_2) \ldots, d_{\Im}(c_n) \rangle \in I_w(p^n)$

2- $w \Vdash c_1 = c_2 \Leftrightarrow d_{\Im}(c_1) = d_{\Im}(c_2)$

3-$w \nVdash \neg A \Rightarrow w \Vdash A$

4- $w \Vdash \neg\neg A \Rightarrow w \Vdash A$

5- $w \Vdash A \vee B \Leftrightarrow w \Vdash A$ ou $w \Vdash B$

6- $w \Vdash A \wedge B \Leftrightarrow w \Vdash A$ e $w \Vdash B$

7- $w \Vdash A \rightarrow B \Leftrightarrow w \nVdash A$ ou $w \Vdash B$

8- $w \Vdash A^\circ \wedge B^\circ \Rightarrow w \Vdash (A \rightarrow B)^\circ ; (A \vee B)^\circ ; (A \wedge B)^\circ$

9- $w \Vdash B^\circ ; A \rightarrow B ; A \rightarrow \neg B \Rightarrow w \nVdash A$

10- $w \Vdash OA \Leftrightarrow w' \Vdash A$ para todo $w' \in W$: wRw'

11- $w \Vdash A^\circ \Rightarrow w \Vdash (OA)^\circ$

12- $w \Vdash \forall x A \Leftrightarrow w \Vdash A_x[i]$ para todo nome i de $L_i^{=}$ $(\Im)$

13- $w \Vdash \exists x A \Leftrightarrow w \Vdash A_x[i]$ para algum nome i de $L_i^{=}$ $(\Im)$

14- $w \Vdash c_1 = c_2$ e $w \Vdash A_x[c_1] \Rightarrow w \Vdash A_x[c_2]$

15- $w \Vdash (\forall x A^\circ) \Leftrightarrow w \Vdash (\forall x A)^\circ \wedge (\exists x A)^\circ$

16- $w \Vdash A \Leftrightarrow w \Vdash A'$ onde A' é uma variante de A

Sendo $\Im' = < W, R, D, d_\Im, (I_w)_{w \in W} >$ uma estrutura deôntica para $D_1^=$ e $\Vdash$ a relação de $D_1^=$ - forçamento de $\Im'$, um modelo para o cálculo $D_1^=$ é um par do tipo $M = < \Im', \Vdash >$. D_1^- é correto e completo.

5.5- OS SISTEMAS D, D', D'', D/, D1, D/1

A lógica deôntica pode ser enfocada a partir de dois pontos de vista: prescritivo e descritivo, de acordo com a interpretação que as sentenças normativas recebam. Uma sentença normativa OA, interpretada a partir do enfoque prescritivo, significaria "a ação ou fato A deve ser obrigatório"; em uma interpretação descritiva, "A" é uma sentença ou proposição que descreve a ação ou fato em questão, de modo que OA significaria "a ação ou fato A é obrigatório".

No artigo intitulado *"Normative logics, Morality and Law"*, Leila Z. PUGA, Newton C.A. DA COSTA e Roberto J. VERNENGO[75] adotaram a segunda interpretação, sem prejuízo da interpretação prescritiva e não significando com isso que sua posição é contrária à esta.

Os operadores deônticos também podem ser interpretados conforme seu sentido legal ou moral. Partindo do princípio de que o discurso ético ou moral e o discurso jurídico estão intimamente relacionados, os mesmos autores desenvolveram sistemas de lógica deôntica clássica e não clássica com operadores deônticos bidimensionais para a distinção das modalidades morais e legais, ou seja, com um operador de obrigação primitivo distinto para a

[75] *Experts systems in Law*. A. Martino (Ed.). Elsevier Sc. Pv.. 1992. p. 345-365.

obrigação moral (O_m) e para a obrigação jurídica (O_j), com a finalidade de, entre outras, obter uma melhor explanação de suas relações recíprocas e analisar as relações puramente lógicas que podem existir entre os enunciados morais e os enunciados jurídicos.

PUGA, DA COSTA e VERNENGO não se limitaram a formular logicamente os diversos sistemas possíveis, mas realizaram uma análise não-formal do significado das modalidades. Esta análise revelou que alguns postulados dos sistemas desenvolvidos implicam em conseqüências contraintuitivas, e que a distinção entre operadores morais e legais em sistemas de lógica (gerando lógicas deônticas bidimensionais) introduz algumas dificuldades.

Os autores delinearam diversos sistemas possíveis, cada um deles definindo um conceito legal e moral, sem dar preferência por algum deles. A escolha do sistema melhor ou mais adequado é um fator pragmático, particular ao moralista, jurista ou filósofo em sua atividade.

Teoreticamente, os sistemas adiante formulados possuem o interesse de demonstrar a importante circunstância de que, no trabalho de juristas e moralistas que aceitam que as teses explicitamente por eles assumidas possuem conseqüências racionalmente deduzíveis, o conjunto das conseqüências pode diferir enormemente, de acordo com o sistema lógico pressuposto. O objetivo dos autores no referido artigo foi explicitar os diversos sistemas lógicos que o pensamento ético pode adotar, contribuindo para um criticismo racional ao Direito e à Moral.

Descreveremos os sistemas de lógica deôntica clássica D, D', D'' e D/, e os sistemas deônticos não clássicos D1 e D/1.

5.5.1- O SISTEMA D

Os símbolos primitivos do sistema D são:

1- os conectivos: $\rightarrow$ (implicação), $\neg$ (negação), Om (moralmente obrigatório) e Oj (legalmente obrigatório);

2- um conjunto de variáveis proposicionais; e

3- parênteses.

Os demais conectivos como $\leftrightarrow$ (equivalência), $\wedge$ (conjunção), $\vee$ (disjunção), e o restante das modalidades legais e morais e as noção de wff (fórmula) são introduzidas de maneira habitual.

Os postulados de D (esquemas de axiomas e regras de inferência) são:

a) Postulados do cálculo proposicional:

P1- $A\rightarrow(B\rightarrow A)$

P2- $(A\rightarrow B)\rightarrow((A\rightarrow(B\rightarrow C))\rightarrow(A\rightarrow C))$

P3- $(\neg A\rightarrow\neg B)\rightarrow((\neg B\rightarrow A)\rightarrow B)$

P4- $\dfrac{A,\ A\rightarrow B}{B}$

b) Postulados morais:

P5- $O_m(A\rightarrow B)\rightarrow(O_mA\rightarrow O_mB)$

P6- $O_mA \rightarrow P_mA$, onde $P_mA =_{def} \neg O_m \neg A$

P7- $\dfrac{A}{O_mA}$

c) Postulados legais:

P8- $O_j(A \rightarrow B) \rightarrow (O_jA \rightarrow O_jB)$

P9- $O_jA \rightarrow P_jA$, onde $P_jA =_{def} \neg O_j \neg A$

P10- $\dfrac{A}{O_jA}$

d) Postulados mistos:

P11- $O_jA \rightarrow O_mA$

P12- $O_mA \rightarrow P_jA$

As noções de demonstração e teorema são usuais. A noção de dedução requer que as regras de inferência

$\dfrac{A}{O_mA}$ e $\dfrac{A}{O_jA}$

sejam aplicadas somente à teoremas; elas não podem ser usadas, em geral, em deduções, exceto quando aplicadas a teoremas. Assim a falácia naturalista é evitada, o que resultaria na violação do princípio de HUME.

O teorema da Dedução é valido em D.

Teorema 1: São teoremas de D:

$O_mA \rightarrow P_jA$	$V_mA \rightarrow \neg O_jA$
$V_jA \rightarrow V_mA$	$O_jA \rightarrow P_mA$
$O_m(O_jA \rightarrow O_mA)$	$O_jA \rightarrow (O_jA \rightarrow O_mA)$

onde $V_jA =_{def} O_j \neg A$, e $V_mA =_{def} O_m \neg A$

A semântica de D é definida através da noção de D-estrutura.

Uma D-estrutura é uma quádrupla $< W, Rm, Rj, \models >$, onde:

1- W é um conjunto não vazio de elementos (conjunto de mundos);

2- Rm W X W e $\phi \neq Rj \subset Rm$, (onde Rm é uma relação de acessibilidade moral e Rj é uma relação de acessibilidade legal);

3- Se $w \in W$, então há um $w' \in W$ tal que w Rm w';

4- Se $w \in W$, e w é parte da extensão de Rj, então existe um $w' \in W$ tal que w Rj w', e;

5- $\models$ é uma relação de forçamento entre mundos e fórmulas, tendo as características usuais dos conectivos clássicos.

A noção de conseqüência semântica é representada pelo teorema:

Teorema 2 (*teorema da correção e da completude*): Sendo $\Gamma \cup \{A\}$ um conjunto de fórmulas de D. Logo, $\Gamma \vdash A \Rightarrow \Gamma \models A$.

Em D, é possível derivar:

$F_mA \rightarrow F_jA$ e $V_jA \rightarrow V_mA$, onde $F_mA =_{def} P_mA \wedge P_m \neg A$, e $F_jA =_{def} P_jA \wedge P_j \neg A$.

Estes resultados de D podem explicitar relações pressupostas por alguns discursos éticos entre as modalidades legais e morais. Entretanto, há exemplos que contrariam que uma indiferença moral implica em uma autorização legal. Os autores citam as regras de trânsito (p. ex., a obrigação de dirigir pela via direita), que são indiferentes moralmente porém obrigatórias juridicamente. Ainda que em muitos casos a modalidade deôntica seja comum ao direito e à moral, o postulado misto de D, $O_jA \rightarrow O_mA$, pode possuir conseqüências contraintuitivas. O exemplo mencionado, que contraria o postulado que afirma que o que é juridicamente obrigatório o é também moralmente, é dado por Tomás de AQUINO: o pagamento de impostos é legalmente obrigatório, mas esta obrigação poderia não ser aceita como uma obrigação moral.

Outro postulado problemático é o que afirma que a omissão moralmente permitida tem como conseqüência a omissão jurídica. Tal tese preocuparia um jurista tradicional. Entretanto, algumas destas teses são pressuposições tácitas no pensamento moral ou legal. A proposição que afirma que o que é moralmente proibido implica a obrigação legal de omiti-lo ($V_mA \rightarrow$

$\neg O_jA$), é uma tese expressa claramente pela doutrina do direito natural clássico e religioso, e que seria rejeitada pelo positivismo jurídico ou pela teoria do direito positivo.

Os autores afirmam que também não parece convincente aceitar que o que é legalmente obrigatório é também moralmente permitido, ou que o que é moralmente obrigatório implica que toda obrigação legal é também moralmente obrigatória $[O_m(O_jA \rightarrow O_mA)]$:

> such consequences look like theses of the dangerous ideological attitude taht N. Bobbio baptized as ideological positivism, theses that make of every contingent legislators a morally necessary commandment, as it is notoriously stated in the Epistle to Romans. Vernengo [em *Moral y derecho: sus relaciones lógicas*, in *Revista Jurídica de Buenos Aires*, 1989-1 e *About an enpowerment theory of legal norms and some related problems*, in *Ratio Juris 2*, nº 3, Oxford] adds that *'this theorem has its parallel in the no less worrying statement that it is a legal duty is also a moral obligation - i.e. Oj(OjA→OmA). We face here a principle that is contrary to the notion of moral autonomy, and more adequate to a very legalistic morality'*.[76]

5.5.2- O SISTEMA D'

O sistema D' tem os mesmos símbolos primitivos e os mesmos postulados de D, conforme itens a, b e c. A diferença entre os dois sistemas reside no enfraquecimento do primeiro postulado misto, assim definido:

$O_jA \rightarrow P_mA$, no lugar de $O_jA \rightarrow O_mA$.

As seguintes fórmulas são válidas:

$V_jA \rightarrow \neg O_mA$

---

[76] Ibidem, p. 351.

$V_mA \rightarrow \neg O_jA$

O primeiro postulado misto de D', mais fraco em relação ao postulado $O_jA \rightarrow O_mA$ do sistema D, parece *prima facie* intuitivamente aceitável para um sistema legal ideal.

Em D', encontramos conseqüências análogas do princípio *ex falso quodlibet*, ou seja, de duas fórmulas contraditórias, ou de fórmulas implicando contradições deônticas, podemos inferir a permissão de qualquer ato.

O seguinte teorema de D' expressa tal fato:

$(V_mA \wedge O_mA) \rightarrow P_j(A \wedge \neg A)$

(*se algo é moralmente proibido e moralmente obrigatório, então é legalmente permitido cumpri-lo ou omiti-lo*)

A conseqüência deste teorema é a definição de um ato livre, que não é normativamente regulado. PUGA, DA COSTA e VERNENGO apontam que, de acordo com este teorema, a modalidade indiferente ou facultativa seria equivalente não somente à conjunção de obrigações negadas e proibições, mas também à conjunção de obrigações e proibições, o que parece estar longe do que realmente entendemos por uma ação livre: *"in this system, the notion of free action - empowered or indifferent ou facultative action - becomes this paradoxical"*.[77]

Deste modo, podemos julgar que as estruturas lógicas pressupostas pelo pensamento moral e legal são mais complexas e sutis do que realmente admitimos.

---

[77] Ibidem, p. 325.

Não são deduzíveis em D':

$O_m(O_jA \rightarrow O_mA)$ e $O_j(O_jA \rightarrow O_mA)$

o que é razoável, face essas duas fórmulas não serem convincentes, conforme já apontado.

Os postulados mistos de D', assim como em D, conduzem a conseqüências contraintuitivas. Há casos em que o que é legalmente obrigatório não é moralmente permitido, como no caso do dever dos soldados de matar em guerra, contra a proibição geral e moral de matar. Nem sempre o que é moralmente obrigatório é juridicamente permitido, como no caso de Antígona, citada pelos autores, moralmente obrigada a sepultar seu irmão, teve que enfrentar a proibição legal positiva de fazê-lo, decretada por Creonte.

Também é observado, no mesmo artigo, que o primeiro postulado, $O_jA \rightarrow P_mA$, é a clássica tese de direito natural da subalternação da lei à moralidade. O segundo postulado, $O_mA \rightarrow O_jA$, expressa algo como um princípio kantiano: as obrigações morais estão incluídas no domínio da liberdade, ou seja, tudo que é legalmente obrigatório deve ser moralmente possível.

A fórmula $V_mA \rightarrow \neg O_j \neg A$ (não é legalmente obrigatório fazer o que é moralmente proibido), como princípio da lei natural escolástica, se entendida por uma interpretação fraca da permissão, é plausível: é possível legalmente omitir o que é moralmente proibido. Em uma interpretação forte da permissão, este princípio não seria aceitável pelos juristas, pois qualquer pessoa poderia recusar suas obrigações legais quando as considerasse moralmente inaceitáveis. Nesta interpretação, esta fórmula expressaria uma clássica tese anarquista, que a moralidade não é aceita somente como um código com uma validade autônoma subjetiva.

5.5.3- O SISTEMA D''

D'' também possui os mesmos símbolos primitivos de D e os mesmos postulados de D', exceto quanto aos postulados mistos (item d):

d) postulados mistos:

$P_mA \rightarrow P_jA$

$O_mA \rightarrow P_jA$

Os seguintes esquemas são válidos:

$V_mA \rightarrow \neg O_jA$	$O_jA \rightarrow O_mA$
$O_jA \rightarrow P_mA$	$V_jA \rightarrow V_mA$

Novamente os autores fazem objeções às conseqüências dos postulados mistos. Não parece aceitável que todo dever legal implique uma obrigação moral, muito menos que proibições legais, como a proibição da circulação pela esquerda, implique em uma proibição moral. Esta tese possui aparência autoritária, como o ditador que pretende colocar o cumprimento de seus atos autoritários como um dever moral.

O postulado $P_mA \rightarrow P_jA$ é um tipo de legalização de toda permissão moral. Já a fórmula $V_jA \rightarrow V_mA$, seria rejeitada em muitos casos. Os autores citam os casos dos movimentos políticos que não aceitam a proibição legal de certas ações, como a eutanásia, aborto ou relações homossexuais, nem mesmo aceitando a proibição moral. Deste modo, a moral é encarada como sendo somente uma parte do Direito; consequentemente, um criticismo moral da lei é excluído.

Tanto em D', como em D'', é possível provar o teorema:

$$(O_m A \vee O_j A) \rightarrow (P_m A \leftrightarrow P_j A)$$

Este teorema significa que, em ambos os sistemas, as permissões fracas legais e morais são indiscerníveis. Esta conclusão, na visão dos autores, possui um interesse filosófico, pois seria possível analisar, em sistemas análogos a D' e D'', uma tese de natureza metafísica que pressupõe que a liberdade é o dado ético primitivo e que obrigações e proibições são limitações específicas de uma liberdade ética básica pressuposta, contra uma ética tradicional com visão kantiana, que considera o dever como a noção básica na especulação ética.

5.5.4- O SISTEMA D/ - LÓGICA MODAL DEÔNTICA-ALÉTICA

O sistema D/ é um sistema de lógica modal deôntica-alética, contendo, além de modalidades deônticas (morais e legais), modalidades aléticas (necessário e possível).

Uma importante relação entre estes dois tipos de modalidades, deônticas e aléticas, é o famoso princípio de HINTIKKA, $LA \rightarrow O_m A$, ou seja, o que é necessário vincula uma obrigação moral.

Os símbolos primitivos de D/ são os mesmos de D, mais o operador de necessidade "L" e o operador de possibilidade "M". Os postulados de D/ são os mesmos de D, conforme itens a, b e c. Quanto ao item d:

d) postulados mistos:

$O_jA \rightarrow P_mA$

$LA \rightarrow O_mA$

Os postulados aléticos são:

e) postulados aléticos:

$L(A \rightarrow B) \rightarrow (LA \rightarrow LB)$

$LA \rightarrow A$

$\underline{A}$

LA

Os seguintes esquemas são válidos em D/:

$LA \rightarrow P_mA$	$O_mA \rightarrow MA$
$LA \rightarrow P_jA$	$O_jA \rightarrow P_jA$
$O_jA \rightarrow MA$	$P_mA \rightarrow MA$

Como conseqüência, temos as seguintes fórmulas:

$O_m A \rightarrow MA$, e

$O_j A \rightarrow MA$

ou seja, o que é obrigatório, moralmente ou legalmente, é possível. Este resultado é chamado axioma de KANT, válido no sistema. Também é válido o conhecido princípio legal que não há obrigação para realizar coisas impossíveis.

Para uma semântica de D/, define-se o conceito de D/-estrutura. Uma D/-estrutura é uma quíntupla $< W, Rm, Rj, RL, \models >$, tal que:

1- W é um conjunto não vazio de elementos;

2- $Rm, RL \subset W \times W$, $\phi \neq Rj \subset Rm$ e $Rj \subset RL$;

3- Se $w \in W$, então há um $w' \in W$ tal que $w\ Rm\ w'$;

4- Se $w \in W$, e w é um elemento da extensão de Rj, então existe um $w' \in W$ tal que $w\ Rj\ w'$;

5- RL é reflexiva; e

6- $\models$ é uma relação de forçamento entre mundos e fórmulas, com a propriedades usuais correspondentes aos conectivos.

Com a noção de D/-estrutura, podem ser introduzidas as noções semânticas básicas, especialmente, a noção de conseqüência semântica. Com relação a esta semântica, D/ é correto e completo.

5.5.5- O SISTEMA D1

O sistema D1 possui, no lugar do cálculo proposicional clássico como lógica subjacente, o cálculo paraconsistente C1, o que resulta em um sistema de lógica deôntica paraconsistente com modalidades morais e legais.

D1 possui os seguintes símbolos primitivos:

1- conectivos: + (*negação*), $\rightarrow$ (*implicação*), $\vee$ (*disjunção*), $\wedge$ (*conjunção*), Om (*moralmente obrigatório*) e Oj (*legalmente obrigatório*);
2- variáveis proposicionais;
3- parênteses;

O símbolo de equivalência $\leftrightarrow$ é definido como na lógica clássica, assim como os conceitos de fórmula, demonstração e teorema.

Os postulados de D1 são os seguintes:

a) Postulados de D1:
Todos os postulados do cálculo C1 (cf. p. 74)

b) Postulados Morais:

$O_m(A\rightarrow B)\rightarrow(O_mA\rightarrow O_mB)$

$O_mA\rightarrow P_mA$

$\underline{\ A\ }$

O_mA

$A^*\rightarrow(O_mA)^*$

c) Postulados legais:

$O_j(A\rightarrow B)\rightarrow(O_jA\rightarrow O_jB)$

$O_jA\rightarrow P_jA$

$\underline{\ A\ }$

O_jA

$A^*\rightarrow(O_jA)^*$

d) Postulados mistos:

$O_jA\rightarrow O_mA$

$O_mA\rightarrow P_jA$

As seguintes definições são requeridas pelas fórmulas anteriores:

$A^*=_{def}\neg(A\wedge\neg A)$

$^*A=_{def}\neg A\wedge A^*$

$P_mA=_{def}-^*O_m\neg^*A$

$P_jA =_{def} \neg{}^*O_j\neg{}^*A$

Os seguintes teoremas podem ser provados:

Teorema 1 (teorema da dedução): $\Gamma, A \vdash B \Rightarrow \Gamma \vdash A \rightarrow B$.

Teorema 2: Os seguintes esquemas são teoremas em D1:

$O_m \leftrightarrow {+}{}^*P_m\neg{}^*A$

$O_j \leftrightarrow {+}{}^*P_j\neg{}^*A$

$A^* \rightarrow \neg(O_mA \wedge O_m\neg A)$

$A^* \rightarrow \neg(O_jA \wedge O_j\neg A)$

$\neg{}^*(O_mA \wedge \neg{}^*O_mA)$

$\neg{}^*(O_jA \wedge \neg{}^*O_jA)$

$(O_m\neg A \wedge A^*) \rightarrow O_mA$

$(O_j\neg A \wedge A^*) \rightarrow O_jA$

$(O_mA \wedge O_m\neg{}^*A) \rightarrow O_mB$

$(O_jA \wedge O_j\neg{}^*A) \rightarrow O_jB$

$(O_mA \rightarrow O_mB) \rightarrow (\neg O_mA \vee O_mB)$

Teorema 3: Os seguintes esquemas não são válidos em D1:

$(A\wedge\neg A)\rightarrow B$

$O_m\neg A\rightarrow\neg O_m B$

$O_j\neg A\rightarrow\neg P_j A$

$\neg(A\wedge+A)$

$O_j\neg A\rightarrow\neg O_j A$

$(\neg A\wedge\neg B)\rightarrow\neg(A\vee B)$

$O_m\neg(A\wedge\neg A)$

$\neg((O_m\neg A)\wedge\neg(O_m+A))$

$(\neg A\vee\neg B)\rightarrow\neg(A\wedge B)$

$O_j\neg(A\wedge\neg A)$

$\neg(O_j\neg A\wedge\neg O_j\neg A)$

$(O_m A\wedge O_m\neg A)\rightarrow B$

$A\leftrightarrow\neg\neg A$

$O_m+A\leftrightarrow\neg P_m A$

$(O_j A\wedge O_j\neg A)\rightarrow B$

Em D1, $\neg^*$ é o sinal de negação forte, que satisfaz todas as condições e propriedades da negação clássica. P_j e P_m são definidos a partir dos operadores primitivos O_m e O_j e da negação clássica; logo, eles partilham de muitas das características dos operadores clássicos. Seria também possível definir operadores similares utilizando a negação fraca. O postulado moral $A^*\rightarrow(O_m A)^*$ deve ser entendido no sentido de que, se A satisfaz as leis da lógica clássica, então OmA também as satisfaz.

É possível construir outros sistemas deônticos bidimensionais no mesmo sentido de D1, bastando para isso mudar as lógicas subjacentes a D' e D'' pela lógica paraconsistente como C1.

5.5.6- O SISTEMA D/1

Um sistema proposicional paraconsistente como modalidades deônticas e aléticas é obtido a partir de D/, substituindo o cálculo proposicional clássico por C1. O sistema assim obtido, denominado D/1, possui os mesmos símbolos primitivos que D1, mais o símbolo L.

Os postulados de D/1 são:

a) Postulados para C1: os mesmos de D1, item a.

b) Postulados morais: os mesmos de D1, item b.

c) Postulados legais: os mesmos de D1, item c.

d) Postulados aléticos: os mesmos de D/, item e.

e) Postulados mistos:

$A^* \to (LA)^* \wedge (O_jA)^* \wedge (O_mA)^*$

$O_jA \to O_mA$

$LA \to O_mA$

Tanto em D1 como em D/1, a obrigação moral é inferida a partir da obrigação jurídica. Esta característica, como já anotado anteriormente, reflete um autoritarismo legal que muitos juristas rejeitariam. Entretanto, a implicação inversa, um dever moral tornar-se uma obrigação legal, não é obtida nestes sistemas.

5.6- O SISTEMA L1

Um sistema de lógica deôntica paraconsistente variante do anteriores, também construído com modalidades morais e jurídicas, é o de GRANA[78], denominado L1.

L1 é construído sobre o cálculo C1 de DA COSTA (é uma extensão conservativa de C1) como cálculo proposicional standard mais O_m (obrigatório moralmente) e O_j (obrigatório juridicamente) como operadores primitivos, F_j (proibido juridicamente), F_m (proibido moralmente), P_j (permitido juridicamente), P_m (permitido moralmente) como operadores derivados. $A°$ abrevia $\neg(A\wedge\neg A)$, em que "$-$" é chamada negação fraca e "$\sim$" é chamada negação forte, equivalente à negação da lógica proposicional clássica. L1 possui os seguintes postulados específicos:

- Postulados deônticos:

$O_m (A\rightarrow B) \rightarrow(O_mA\rightarrow O_mB)$

$O_mA\rightarrow\neg O_m\neg A$

$O_mA\rightarrow(O_mA)°$

A/O_mA

- Postulados legais

$O_j (A\rightarrow B) \rightarrow(O_jA\rightarrow O_jB)$

$O_jA\rightarrow\neg O_j\neg A$

$O_jA\rightarrow(O_jA)°$

A/O_jA

[78] GRANA, op. cit., p. 74-77.

- Postulados mistos

$O_jA \rightarrow O_mA$

$O_mA \rightarrow P_jA$

Teorema 1

Em $\underline{L}_1$ é possivel derivar:

Onde: $F_mA =_{def} O_m \neg A$

$F_jA =_{def} O_j \neg A$

$\sim F_mA =_{def} O_m \sim A$

$\sim F_jA =_{def} O_j \sim A$

$\vdash P_mA \rightarrow P_jA$

$\vdash F_mA \rightarrow \neg O_jA$

$\vdash F_jA \rightarrow F_mA$

$\vdash O_jA \rightarrow P_mA$

$\vdash O_m (O_jA \rightarrow O_mA)$

$\vdash O_j (O_jA \rightarrow O_mA)$

Teorema 2

São teoremas de $\underline{L}_1$

T1 $O_mA \rightarrow O_m(A \vee B)$

T2 $O_jA \rightarrow O_j(A \vee B)$

T3 $F_mA \wedge A^\circ \rightarrow \neg O_mA$

T4 $F_jA \wedge A^\circ \rightarrow \neg O_jA$

T5 $O_mB \rightarrow O_m(A \vee B)$

T6 $O_jB \rightarrow O_j(A \vee B)$

T7 $A^\circ \rightarrow \neg(O_mA \wedge F_mA)$

T8 $A^\circ \rightarrow \neg(O_jA \wedge F_jA)$

T9 $O_m{\sim}A \rightarrow {\sim}O_mA$

T10 $O_j{\sim}A \rightarrow {\sim}O_jA$

T11 $O_m(A \wedge B) \leftrightarrow O_mA \wedge O_mB$

T12 $O_j(A \wedge B) \leftrightarrow O_jA \wedge O_jB$

T13 $O_mA \wedge O_m{\sim}A \rightarrow O_mB$

T14 $O_jA \wedge O_j{\sim}A \rightarrow O_jB$

T15 $\neg(O_mA \wedge {\sim}O_mA)$

T16 ${\sim}(O_jA \wedge {\sim}O_jA)$

T17 $O_mA \wedge O_m(A \rightarrow B) \rightarrow O_mB$

T18 $O_jA \wedge O_j(A \rightarrow B) \rightarrow O_jB$

Teorema 3

Em L_1 não são válidos os seguintes esquemas:

1- $O_m\neg(A \wedge \neg A)$

2- $O_j\neg(A\wedge\neg A)$

3- $O_m(A\wedge\neg A)\rightarrow O_mB$

4- $O_j(A\wedge\neg A)\rightarrow O_jB$

5- $O_mA\wedge O_m\neg A\rightarrow O_mB$

6- $O_jA\wedge O_j\neg A\rightarrow O_jB$

7- $F_mA\wedge F_m\neg A\rightarrow O_mB$

8- $F_jA\wedge F_j\neg A\rightarrow O_jB$

9- $F_mA\rightarrow\neg O_mA$

10- $F_jA\rightarrow\neg O_jA$

11- $\neg(F_mA\wedge P_mA)$

12- $\neg(F_jA\wedge P_jA)$

13- $O_m(\neg A\wedge\neg\neg A)\rightarrow O_mB$

14- $O_j(\neg A\wedge\neg\neg A)\rightarrow O_jB$

15- $F_mA\wedge F_m\neg A\rightarrow F_mB$

16- $F_jA\wedge F_j\neg A\rightarrow F_jB$

Todas as observações críticas, de caráter não formal feitas ao sistema D, são válidas para os teoremas de $\underline{L}_1$, especificamente aos esquemas do teorema 1.

Todos os sistemas de lógica deôntica paraconsistente apresentados anteriormente, i.e., C_1^D, D_1, D1, D/1 e $\underline{L}_1$ possuem duas importantíssimas características: 1- os sistemas não excluem *ab initio* situações moralmente ou juridicamente contraditórias (também denominados dilemas deônticos)[79] e; 2- para estes sistemas, de uma contradição não é

[79] Para maiores detalhes sobre dilemas deônticos, ver o trabalho de Leila Z. PUGA, *Uma lógica do querer: preliminares sobre um tema de Mally*.

possível derivar qualquer proposição, como acontece com a lógica clássica; em contextos deônticos, isto significa que de uma fórmula como $OA \wedge O\neg A$, não podemos deduzir que tudo é obrigatório.

Em $\underline{L}_1$ as duas características estão expressas pelo Teorema 3. As fórmulas 1, 2, 9, 10, 11 e 12 demonstram a primeira característica, e as fórmulas restantes demonstram a segunda característica.

No sistema D1, fórmulas como $\neg(Oj\neg A \wedge \neg Oj\neg A)$ não são esquemas válidos, assim como em $\underline{L}_1$, $\neg(F_jA \wedge P_jA)$. No entanto, substituindo a negação fraca $\neg$ pela negação forte ("~" em L1 e $\neg^*$ em D1) nestas fórmulas, elas passam a serem válidas, como na lógica clássica. Deste modo é possível facilmente entender algumas propriedades dos cálculos paraconsistentes.

Em geral, o princípio clássico da não contradição $\neg(A \wedge \neg A)$ não é uma fórmula válida nos sistemas. No caso da adoção de sistemas de lógica deôntica paraconsistente, é possível admitir contradições, sem que percamos o valor lógico das inferências (a condição de não-trivialidade). Sistemas de lógica deôntica standard possuem a grave limitação de excluirem os dilemas deônticos e situações contraditórias.

Assim, estes sistemas podem expressar indiretamente, em seu conjunto de fórmulas válidas, os esquemas de raciocínios utilizados por juristas e diversos órgãos jurisdicionais, na solução de casos para os quais a legislação apresenta-se lacunosa, ou explicitando as relações pressupostas entre o Direito e a Moral, assim como não excluindo as diferentes soluções e decisões que um mesmo caso possa receber nos órgãos jurisdicionais inferiores e superiores, que são, em sua grande maioria, contraditórias entre si.

5.7- LÓGICAS KANTIANAS E HINTIKKIANAS

Uma variação dos sistemas anteriores em lógica com modalidades deônticas e aléticas é apresentada em um artigo de DA COSTA e PUGA[80], onde são desenvolvidos sistemas lógicos a partir do axioma de KANT (OA→MA, isto é, 'obrigatório implica possivel') e do axioma de HINTIKKA[81] (LA→OA, isto é, 'necessário implica obrigatório').

De acordo com as teorias tridimensionais do Direito, o fenômeno jurídico exibe dimensões legais, fatuais e axiológicas. Um dos propósitos destas lógicas foi exibir algumas das possíveis pressuposições lógicas da teoria tridimensional, formalizando alguns de seus aspectos e constatando sua complexidade.

Os autores, a partir de um ponto de vista descritivo e não prescritivo, partem de uma lógica clássica kantiana e hintikkiana C, onde os respectivos axiomas são válidos. Os símbolos primitivos de C é constituído pelo conjunto $\{\to, \wedge, \vee, \sim, \leftrightarrow\}$. Os postulados (esquemas de axiomas e regras primitivas de inferência) de C são os seguintes:

$A\to(B\to A)$

$(A\to B)\to((A\to(B\to C))\to(A\to C))$

$A, A\to B/ B$

$A\wedge B\to A$

$A\wedge B\to B$

$A\to(B\to(A\wedge B))$

[80] PUGA, L.Z; DA COSTA, N.C.A. *Lógica deôntica e Direito. Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática*, 2ª série, vol. 8, 1987.

[81] Esta denominação deve-se ao Prof. Jaakko Hintikka, da Univ. de Helsinki e Univ.de Boston.

$A \rightarrow A \vee B$

$B \rightarrow A \vee B$

$(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \vee B \rightarrow C))$

$(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \sim B) \rightarrow \sim A)$

$A \rightarrow (\sim A \rightarrow B)$

$A \vee \sim A$

$L(A \rightarrow B) \rightarrow (LA \rightarrow LB)$

$LA \rightarrow A$

A/LA

$O(A \rightarrow B) \rightarrow (OA \rightarrow OB)$

A/OA

$OA \rightarrow MA$ (axioma de KANT)

$LA \rightarrow OA$ (axioma de HINTIKKA)

Em *C* vale o teorema da dedução.

Teorema 1: Os seguintes esquemas são teoremas em *C*:

$OA \leftrightarrow \sim P \sim A$	$P(A \wedge \sim A) \rightarrow A \wedge \sim A$
$O(A \wedge B) \leftrightarrow (OA \wedge OB)$	$(PA \wedge OB) \rightarrow P(A \wedge B)$
$P(A \vee B) \leftrightarrow (PA \vee PB)$	$OA \wedge O \sim A \rightarrow B$
$O(A \vee B) \rightarrow (PA \vee OB)$	$LA \rightarrow PA$
$(OA \vee OB) \rightarrow O(A \vee B)$	$OA \rightarrow PA$
$O \sim A \rightarrow \sim OA$	$PA \rightarrow MA$
$P(A \rightarrow B) \leftrightarrow (OA \rightarrow PB)$	$O \sim A \rightarrow \sim MA$

Levando em conta os axiomas de *C*, bem como que $\vdash OA \rightarrow PA$, podemos ver que *C* contém o sistema modal T e o chamada sistema deôntico TD.

Define-se uma *C*-estrutura como sendo uma quádrupla $\langle W, R^L, R^O, \Vdash \rangle$, de modo que:

1- W é um conjunto não vazio de elementos (conjunto de mundos);

2- $R^L \subset W x W$ (R^L é a relação de L-acessibilidade);

3- $\phi \neq R^O \subset R^L$ (R^O é a relação de O-acessibilidade);

4- R^L é reflexiva;

5- Para todo $w \in W$ e w pertencente ao campo de R^O, existe $w' \in W$ de modo que wR^Ow';

6- $\Vdash$ é a relação de forçamento, entre mundos e fórmulas de *C*, possuindo todas as propriedades usuais com relação aos conectivos.

Os autores observam que pode-se utilizar, no lugar dos sistemas T-modal e TD, outros sistemas modais e seus correspondentes deônticos, tais como B, S4, S5, por exemplo, obtendo-se novos sistemas kantianos e hintikkianos. É possível também estender o conceito de C-estrutura dos seguintes modos:

1- Elimina-se a condição de que $R^O \subset R^L$;

2- Acrescenta-se uma das seguintes condições:

2.1- $\forall w \in W\, [\forall w' \in W\, (wR^Ow' \Rightarrow w' \Vdash A) \Rightarrow \exists w' \in W (wR^Lw' \text{ e } w' \Vdash A)]$

2.2- $\forall w \in W\, [\forall w' \in W\, (wR^Lw' \Rightarrow w' \Vdash A) \Rightarrow \forall w' \in W (wR^Ow' \text{ e } w' \Vdash A)]$

Se a condição 2.1 for acrescentada à definição de *C*-estrutura, então o axioma de KANT será válido; se for a condição 2.2, então o axioma de HINTIKKA é que será válido. Com tais condições é possível construir sistemas lógicos corretos e completos, os quais podem ser kantianos e não-hintikkianos, não-kantianos e hintikkianos, e não-kantianos e não-hintikkianos.

Para a obtenção de uma lógica paraconsistente como modalidades aléticas e deônticas, substitui-se em *C*, o cálculo proposicional clássico C_0 pelo cálculo C_1 de DA COSTA. Tal sistema assim obtido, denotado por C1, possui os postulados de C_1 de DA COSTA mais:

$L(A \to B) \to (LA \to LB)$

$LA \to A$

A / LA

$O(A \to B) \to (OA \to OB)$

$OA \to \sim O \sim A$

A / OA

$A^{\circ} \to (LA)^{\circ} \wedge (OA)^{\circ}$

$OA \to MA$

$LA \to OA$

Modificando a semântica e a axiomática de C1, obtém-se lógicas paraconsistentes que são kantianas e não-hintikkianas, não-kantianas e hintikkianas, e não-kantianas e não-hintikkianas. Sendo C_1 o primeiro cálculo de uma hierarquia C_n , $1 \leq n \leq \omega$, é possível formalizar outras lógicas paraconsistentes com modalidades deônticas e aléticas.

5.8- MODALIDADES EPISTÊMICAS

Os autores também sugerem[82] uma lógica denominada C^K, contendo três tipos de modalidades: legais, aléticas e epistêmicas. Ela é obtida a partir de um operador epistêmico de conhecimento K. Assim, KA, onde A é uma proposição, significa que certa pessoa conhece A. Acrescentando-se os axiomas a *C*:

$K(A \rightarrow B) \rightarrow (KA \rightarrow KB)$

$KA \rightarrow A$

A / KA

$LA \rightarrow KLA$ (omnisciência lógica)

$O_l A \leftrightarrow KO_l A$ (omnisciência jurídica)

CK permite que se analisem as inter-conexões entre tais modalidades e se avaliem os possíveis axiomas que as ligam. O cálculo paraconsistente também é susceptível de ser estendido pelo acréscimo do operador epistêmico K. A partir de CK surgem problemas interessantes como: *"pode ser verdadeira uma fórmula como $K(A \wedge {\sim}A)$, para qualquer proposição A?"*[83]

---

[82] PUGA, L.Z.; DA COSTA, N.C.A. *Lógica deôntica e Direito*, 1987. p. 151-152.
[83] Ibid., p. 152.

5.9- OS SISTEMAS *P*, TD, TDP

Em outros trabalhos distintos, os mesmos autores, PUGA, DA COSTA e VERNENGO[84] desenvolveram três sistemas de lógica deôntica denominados *P*, TD e TDP, com o objetivo de obter uma lógica deôntica paraclássica.

O simbolismo comum a estes sistemas define:

L - cálculo proposicional clássico;

$\vdash$ - conceito de dedução;

Conjunto de fórmulas - letras gregas maiúsculas;

As fórmulas - letras latinas minúsculas;

Conectivos - $\rightarrow$ (*implicação material*), $\vee$ (*disjunção*), $\wedge$ (*conjunção*), $\neg$ (*negação*) e $\leftrightarrow$ (*equivalência material*);

Parênteses - (,).

5.9.1- O SISTEMA *P*

O sistema *P* é uma lógica proposicional cujos conceitos sintáticos coincidem com o do cálculo proposicional clássico, com a diferença de que a noção de dedução ou de conseqüência dedutiva é diferente deste.

Definição 1 (conseqüência sintática): Seja Δ um conjunto de fórmulas e p uma fórmula. Escrevemos $\Delta \dashv\!\vdash$ p e dizemos que p é uma conseqüência estrita ou paraclássica de Δ se:

---

[84] *Sobre algunas lógicas paraclásicas y el análisis del razonamiento jurídico*. Versão datilografada. O sistema TD é desenvolvido com maiores detalhes, bem como um sistema de lógica deôntica paraconsistente TD_1, por DA COSTA e PUGA em *Sobre a Lógica Deôntica Não-Clássica*, *Crítica*, XIX, nº 55. México.

1- $p \in \Delta$;

2- se existe um subconjunto consistente Γ, tal que $\Gamma \subset \Delta$, e onde $\Gamma \vdash p$ (fórmula em que o simbolo $\vdash$ representa o conceito de conseqüência do cálculo proposicional clássico).

Dado que o conjunto vazio ou nulo é consistente, temos os seguintes teoremas:

Teorema 1: Se p for teorema do cálculo proposicional, então ┼— p.

Corolário 1: Se p for teorema do cálculo proposicional clássico, e Γ um conjunto qualquer de fórmulas, teremos Γ ┼— p.

Teorema 2: Δ ┼— p, sempre que $p \in \Delta$.

Teorema 3: Se Δ for consistente (no cálculo clássico), teríamos então que $\Delta \vdash p$, se e somente se Δ ┼— p.

Estes teoremas estabelecem as relações acima postuladas entre a lógica clássica e a lógica paraclássica construída.

Teorema 4: Δ┼— p implica $\Delta \cup \Gamma$┼— p.

Definição 2 (trivial*): Δ será trivial se $\Delta \vdash q$, para toda fórmula q. Em caso contrário, Δ será não-trivial*.

Teorema 5: Temos tanto $\{p,\neg p\} \vdash p$, como $\{p,\neg p\} \vdash \neg p$, mas $\{p,\neg p\}$ é não-trivial*. Isto é, existem fórmulas q tais que $\{p,\neg p\} \nvdash q$.

Teorema 6: Se $\{p\} \vdash q$, e $\{q\} \vdash r$, então $\{p\} \vdash r$. A conseqüência dedutiva paraclássica é transitiva.

Definição 3 (*operador de conseqüência paraclássica*): $\overline{\Delta} = \{p: \Delta \vdash p\}$

Teorema 7: $\Delta \subset \overline{\Delta}$; $\Gamma \subset \Delta$ implica que $\overline{\Gamma} \subset \overline{\Delta}$.

Definição 4: Designaremos de T o conjunto de fórmulas de P.

Teorema 8: Se $\overline{\Delta} \neq T$, então Δ é não-trivial* e vice-versa.

Teorema 9: Seja Δ um conjunto finito de fórmulas; então, a relação $\Delta \vdash p$ é decidível, pois existe um procedimento mecânico para decidir se p é ou não é conseqüência paraclássica de Δ.

Definição 5 (inconsistente*): diremos que Δ é inconsistente* se existe uma fórmula p tal que $\Delta \vdash p$ e também $\Delta \vdash \neg p$. Em caso contrário, diremos que Δ é consistente*.

A conseqüência demonstrável que interessa aos autores destacar é:

Teorema 10: Existem conjuntos inconsistentes* que, contudo, são não-triviais*.

Definição 6 (componentes de Δ): seja Δ um conjunto de fórmulas. Em Δ podemos distinguir seus subconjuntos maximais consistentes em sentido clássico ($\Gamma \subset \Delta$ é consistente maximalmente em Δ, se Γ é consistente e não está contido propriamente em nenhum conjunto consistente Ψ, tal que $\Psi \subset \Delta$). Denomina-se aos conjuntos maximais consistentes de Δ, componentes de Δ.

Teorema 11: $\Delta \dashv\!\vdash p$, se e somente se existe um componente Γ de Δ, tal que $\Gamma \dashv\!\vdash p$.

Teorema 12: Se $\Delta \dashv\!\vdash p$, então $\Delta \vdash p$, mas não a inversa.

Definição 7 (*conseqüência semântica paraclássica*): Diremos que p é uma conseqüência semântica paraclássica de Δ, e escreveremos $\Delta \dashv\!\models p$, se todo modelo clássico de pelo menos um componente de Δ é também modelo de p, ou, se p não tiver modelo, $p \subset \Delta$.

Teorema 13: $\Delta \dashv\!\vdash p$, se e somente se $\Delta \dashv\!\models p$.

Se Δ for um conjunto de fórmulas, então, em função dos desenvolvimentos anteriores, poderia obter-se: $\Delta \dashv\!\vdash p$; e $\Delta \dashv\!\vdash \neg p$, sem que por isso Δ fique trivializado pela relação de conseqüência paraclássica. A lógica *P* pode servir como lógica subjacente a sistemas proposicionais inconsistentes e não triviais. *P* é uma lógica paraconsistente de grande força inferencial.

5.9.2- OS SISTEMAS TD E TDP

A partir do método exposto para a lógica *P*, os autores visam obter uma lógica deôntica paraclássica denominada TDP a partir de um sistema denominado TD.

Partindo de uma linguagem proposicional L, a ela agrega-se o operador deôntico-descritivo de obrigação: O. A noção de fórmula e os demais conceitos da gramática de L se definem de maneira usual. O sistema deôntico paraclássico, denominado TDP, possui os postulados do sistema TD, que são:

I) p, sempre que p seja instância de uma tautologia (do cálculo proposicional clássico)

II) $\dfrac{p,\ p\rightarrow q}{q}$

III) $O(p\rightarrow q)\rightarrow(Op\rightarrow Oq)$

IV) $Op\rightarrow\neg O\neg p$

V) $\dfrac{p}{Op}$, quando p é tese de TD.

Em TD se introduz o símbolo de dedução $\vdash$, o conceito de teorema e os demais conceitos da maneira corrente. TD é o análogo deôntico do sistema modal alético FEYS-VON WRIGHT. TPD, por conseqüência, está em relação com TD, como P o está com a lógica proposicional clássica. Cabe definir a noção de conseqüência sintática de TDP, $\vdash$, cuidando de definir os componentes consistentes de um conjunto Γ de fórmulas, não só como consistentes a nível proposicional, senão também como deonticamente consistentes, ou seja, $\Delta \subset \Gamma$ é um componente de Γ se:

1) Δ é consistente em TD e se,

2) Δ não implica Oq para qualquer q.

Os sistemas P, TD e TDP baseiam-se em uma nova proposta de definição da noção de conseqüência dedutiva, pois não permite a equiparação da inconsistência com a trivialidade, noções estas não distinguidas na lógica clássica. Nestes sistemas, a noção de conseqüência, ou dedução, continua sendo monotônica, reflexiva e transitiva, como na lógica clássica. Mas a noção de conseqüência estrita ou paraclássica permite que, de um conjunto inconsistente de premissas, não seja possível deduzir qualquer fórmula, evitando que o conjunto de premissas fique trivializado. A noção de conseqüência do cálculo proposicional clássico é obtido a partir de um subconjunto consistente de fórmulas. Deste modo a lógica paraclássica formulada tem a lógica clássica como um caso particular.

Os autores chamam a atenção da utilidade das lógicas paraclássicas formuladas para os juristas. O caso típico no qual o jurista tem de enfrentar dados inconsistentes se dá num conflito social, em que se opõem fatos incompatíveis. Em todos os litígios, uma parte afirma o fato A e a parte contrária o nega. O juiz deve decidir ante a uma situação em que se postula A e $\neg$A como antecedentes de alguma conseqüência normativa única. Sob a forma lógica

$(A \wedge \neg A) \rightarrow p$, pareceria que o juiz estaria ante um dilema insolúvel: "*la técnica decisoria judicial consiste justamente en disolver, como se suele decir, la contradicción que las partes mantienen con respecto de los hechos que condicionan la consecuencia normativa*"[85]. O juiz, antes da decisão, manejaria o conjunto das premissas de tal forma que ele não leve a uma conseqüência qualquer. Esta operação é factível recorrendo-se, como lógica pressuposta implícita, a um cálculo paraconsistente, como os sistemas paraclássicos.

Um sistema como TDP parece servir adequadamente para a reconstrução formal do raciocínio puramente intuitivo do jurista ao tomar decisões, uma vez que este, frente a dados fáticos e normativos contraditórios, constrói um subconjunto consistente que lhe permite derivar racionalmente uma decisão, operação esta análoga à definição de um subconjunto maximal consistente, que permite definir uma relação paraclássica ou estrita de conseqüência em TDP.

5.10- O SISTEMA VD

Uma das motivações de PUGA, DA COSTA E VERNENGO para a elaboração do sistema VD foi a pretensão de que os sistemas lógicos normativos (deônticos) permitam abarcar não somente as relações entre normas e seus operadores deônticos, senão também suas relações com os valores: "*Las relaciones entre normas y valores, a nivel ontológico, semántico y lógico, no son tema pacífico en la teoría. Pero tales relaciones son cruciales en*

[85] Ibidem, p. 11.

toda teoría de las decisiones jurídicas. El análisis formal que sigue intenta poner alguna claridad en el asunto".[86]

O sistema VD é um sistema, de um ponto de vista expressivo, mais forte que D, posto que nele podem ser expressas características axiológicas. Para sua construção é agregada à linguagem do sistema D um conectivo binário, ≥, que significa que, quando $(p \geq q)$, p *é pelo menos tão valioso quanto* q. Em uma análise mais detalhada, poderíamos introduzir ainda outros conectivos binários, uma para a comparação de valores morais e outro para a dos jurídicos.

O operador ≥ é chamado operador de preferência. Define-se:

$p >< q =\text{def} (p \geq q) \wedge (q \geq p)$

$p > q =\text{def} (p \geq q) \wedge \neg(p >< q)$, equivalentes à relação de indiferença axiológica e de preferência forte, propostas por VON WRIGHT.

Aos postulados de D, agregam-se em VD os seguintes:

P13- $(p \geq q) \wedge (q \geq r) \rightarrow (p \geq r)$

P14- $(p \geq q) \rightarrow (\neg q \geq \neg p)$

P15- $(p >< q \wedge r >< s) \rightarrow (p \wedge r) >< (q \wedge s)$

P16- $(p >< q) \rightarrow (Op >< O_m q) \wedge (O_j p >< O_j q)$

(Para estados de coisas axiologicamente indiferentes, as correspondentes obrigações morais e jurídicas são axiologicamente equivalentes).

P17- $(p \geq q) \rightarrow (O_m p \geq O_m q)$

[86] PUGA, DA COSTA e VERNENGO. *Derecho, moral y preferencias valorativas. Theoria, Segunda Época.*

P18- $(p \geq q) \rightarrow (O_j p \geq O_j q)$

(Se o estado de coisas p é preferível a q, desde um ponto de vista valorativo, as obrigações morais ou jurídicas de levar a cabo p são mais valiosas que as de cumprir q).

P19- $(O_j p \wedge O_m p) \rightarrow (O_j p \geq O_m p)$

(Este postulado indica que as obrigações jurídicas possuem maior valor que as morais).

P20- $O_j p \rightarrow (p \geq O_j p)$

(Este postulado sustenta que é mais valioso que se realce o estado de coisas p, que permanecer no plano de uma mera obrigação jurídico normativa, ou, que valem mais as leis que se cumprem que as leis que só aparecem como puras prescrições valiosas).

P21- $O_m p \rightarrow (O_m p \geq p)$

(Postulado que sugere que os princípios morais são mais valiosos que os puros fatos, como resulta do ponto de vista tradicional que atribui maior valor moral às intenções moralmente retas que a seu cumprimento mais ou menos contingente).

P22- $\dfrac{p \leftrightarrow q}{p >< q}$

(Da equivalência material entre dois estados de coisas, podemos inferir sua indiferença axiológica recíproca).

Os autores observam que poder-se-ia reforçar VD de diversas maneiras, como, por exemplo, através do postulado:

$O_j p \rightarrow (O_m p \geq \neg O_m p)$

Ano V, nº 12-13, novembro, 1990, p. 16. O artigo na íntegra compreende as p. 9-29.

que afirma que, frente a uma obrigação jurídica, é preferível a que também possui valor moral.

Os conceitos de demonstração, teorema e de conseqüência sintática podem estender-se à linguagem de VD. Os autores exemplificam alguns teoremas válidos em VD:

Teorema 1:

1.1- $(p >< q) \wedge (r >< s) \rightarrow ((p \vee r) >< (q \vee s)$

1.2- $(p >< q) \wedge (r >< s) \rightarrow ((p \rightarrow r) >< (q \rightarrow s))$

1.3- $(p \geq p)$

A partir destes teoremas, a relação de preferência axiológica é reflexiva e transitiva. Se desejar-se que $\geq$ seja uma relação conexa, ou uma ordem linear, deveríamos acrescentar que $(p \geq q) \vee (q \geq p)$

Teorema 2: Se p e q fossem teses de VD, teríamos então:

2.1- $\vdash (p >< q)$

Todas as tautologias, ou verdades logicamente necessárias, são valorativamente equivalentes.

Teorema 3: Valem em VD:

3.1- $(p >< p)$

3.2- $(p >< q) \rightarrow (q >< p)$

3.3- $(p >< q) \wedge (q >< r) \rightarrow (p >< r)$

A indiferença axiológica é reflexiva, simétrica e transitiva.

Teorema 4: Os seguintes esquemas constituem teoremas em VD:

4.1- $(p >< q) \rightarrow (O_m p >< O_m q)$

4.2- $(p >< q) \rightarrow (O_j p >< O_j q)$

Os estados de coisas reciprocamente indiferentes quanto ao seu valor constituem obrigações também equivalentes axiologicamente, tanto moral como juridicamente.

4.3- $(p >< q) \rightarrow (P_m p >< P_m q)$

4.4- $(p >< q) \rightarrow (P_j p >< P_j q)$

Os estados de coisas reciprocamente indiferentes valorativamente, são também equivalentes axiologicamente enquanto permissões, tanto moral como juridicamente.

4.5- $(p >< q) \rightarrow (V_m p >< V_m q)$

4.6- $(p >< q) \rightarrow (V_j p >< V_j q)$

A proibição de equivalentes indiferentes obedece a iguais princípios que as obrigações e permissões; *a fortiori*, a obediência também vale para as faculdades.

Teorema 5: Valem em VD os seguintes esquemas:

5.1- $\neg(p > p)$

5.2- $(p > q) \rightarrow \neg(q > p)$

5.3- $(p > q) \wedge (q > r) \rightarrow (p > r)$

A preferência axiológica forte não é reflexiva nem simétrica, ainda que seja transitiva.

Os autores observam que poder-se-ia construir, a partir de uma extensão da semântica proposta para D, uma nova semântica para o sistema VD, prevendo que ela será bastante complicada.

5.11- OS SISTEMAS π E π_D

É possível também construir sistemas de lógica deôntica não só paraconsistentes, mas também paraconsistentes e paracompletas. Uma sistema lógica com estas características exclui a validade do princípio da não contradição e do princípio do terceiro excluído. Esta é a característica principal do sistema desenvolvido por GRANA[87], que parte de um sistema de LOPARIC e DA COSTA[88] e obtém uma extensão deôntica denominada π_D.

[87] GRANA, op. cit. p. 59-64.
[88] LOPARIC. A.; DA COSTA. N.C.A.*Paraconsistency, paracompreteness and valuations*. in *Logique et Analyse*. 106, 1984, p. 119-131. apud GRANA. ibid., p. 58.

A linguagem do cálculo de base π é formada pelo conjunto de conectivos primitivos $\{\rightarrow, \wedge, \vee, \neg\}$ e dos seguintes postulados, onde:

$$[A^{\circ} =_{def} \neg(A\wedge\neg A)\wedge(A\vee\neg A)]$$

1- $A\rightarrow(B\rightarrow A)$

2- $(A\rightarrow B)\rightarrow((A\rightarrow(B\rightarrow C))\rightarrow(A\rightarrow C)$

3- $\dfrac{A,\ A\rightarrow B}{B}$

4- $(A\wedge B)\rightarrow A$

5- $(A\wedge B)\rightarrow B$

6- $A\rightarrow(B\rightarrow(A\wedge B))$

7- $A\rightarrow(A\vee B)$

8- $B\rightarrow(A\vee B)$

9- $(A\rightarrow C)\rightarrow((B\rightarrow C)\rightarrow((A\vee B)\rightarrow C))$

10- $A^{\circ}\vee(A\wedge\neg A)\vee\neg(A\vee\neg A)$

11- $\neg(A\vee\neg A)\rightarrow\neg(A\wedge\neg A)$

12- $\neg(A\wedge\neg A)\rightarrow((A\wedge\neg A)\rightarrow B)$

13- $\neg(A\vee\neg A)\rightarrow((A\vee\neg A)\rightarrow B)$

14- $(A^{\circ}\wedge B^{\circ})\rightarrow((A\wedge B)^{\circ}\wedge(A\vee B)^{\circ}\wedge(A\rightarrow B)^{\circ}\wedge(\neg A)^{\circ})$

Teorema 2: os seguintes postulados não são válidos em π:

1- $\neg\neg A \rightarrow A$

2- $A \rightarrow \neg\neg A$

3- $\neg(A \wedge \neg A)$

4- $(A \wedge \neg A) \rightarrow B$

5- $A \vee \neg A$

6- $(A \vee \neg A) \rightarrow B$

7- $(A \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A$

8- $\neg A \vee \neg\neg A$

9- $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A$

10- $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

11- $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

12- $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$

13- $\neg(A \rightarrow A) \rightarrow B$

14- $\neg(A \vee B) \rightarrow (\neg A \wedge \neg B)$

15- $\neg(A \wedge B) \rightarrow (\neg A \vee \neg B)$

16- $(\neg A \vee \neg B) \rightarrow \neg(A \wedge B)$

17- $(\neg A \wedge \neg B) \rightarrow \neg(A \vee B)$

18- $(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \wedge \neg B)$

19- $\neg(A \wedge \neg B) \rightarrow (A \rightarrow B)$

20- $\neg\neg(A \vee \neg A)$

Teorema 3: prova-se em π:

T1- $\neg(A \vee \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

T2- $(\neg A \wedge \neg(A \wedge \neg A)) \rightarrow (A \rightarrow B)$

T3- $A \vee (A \rightarrow B)$

T4- $(A \wedge \neg A) \vee \neg(A \wedge \neg A)$

T5- $((A \wedge \neg A) \wedge \neg(A \wedge \neg A)) \rightarrow B$

T6- $\neg((A \wedge \neg A) \wedge \neg(A \wedge \neg A))$

T7- $(A \vee \neg A) \vee \neg(A \vee \neg A)$

T8- $\neg(A \vee \neg A) \rightarrow ((A \wedge \neg A) \rightarrow B)$

T9- $A \vee \neg(A \wedge \neg A)$

T10- $\neg A \vee \neg(A \wedge \neg A)$

T11- $\neg((A\vee\neg A)\wedge\neg(A\vee\neg A))$

T12- $(A\wedge\neg A)^{\circ}$

T13- $(\neg(A\wedge\neg A))^{\circ}$

T14- $(A\vee\neg A)^{\circ}$

T15- $A^{\circ\circ}$

T16- $(A\rightarrow B)\rightarrow(A\rightarrow(B\rightarrow\neg(B\vee\neg B))\rightarrow(A\rightarrow\neg(A\vee\neg A)))$

T17- $((A\rightarrow\neg(A\vee\neg A))\rightarrow\neg((A\rightarrow\neg(A\vee\neg A))\vee\neg(A\rightarrow\neg(A\vee\neg A))))\rightarrow A$

T18- $(\neg(A\wedge\neg A)\wedge(B\vee\neg B))\rightarrow((\neg B\rightarrow\neg A)\rightarrow(A\rightarrow B))$

T19- $(\neg(B\wedge\neg B)\wedge(A\vee\neg A))\rightarrow((A\rightarrow B)\rightarrow(\neg B\rightarrow\neg A))$

T20- $A^{\circ}\rightarrow(A\rightarrow\neg\neg A)$

T21- $A^{\circ}\rightarrow(\neg\neg A\rightarrow A)$

Definição: $\sim A =\text{def } A\rightarrow\neg(A\vee\neg A)$

“~“ é a negação forte ou clássica de π.

Teorema 4: “~“ tem as mesmas propriedades da negação clássica.

Demonstração: através dos teoremas 16 e 17. Através destes dois teoremas, mais os postulados 1 a 9, constitui-se uma axiomática para o cálculo proposicional clássico; obviamente π contém o cálculo clássico.

5.11.1-SEMÂNTICA DE VALORAÇÃO PARA π

Seja V_π o conjunto de funções para o conjunto de fórmulas de π em $\{0,1\}$, tal que, para cada $\underline{v} \in V_\pi$ tenhamos:

1- $\underline{v}(A \wedge B) = 1 \Leftrightarrow \underline{v}(A) = \underline{v}(B) = 1$

2- $\underline{v}(A \vee B) = 1 \Leftrightarrow \underline{v}(A) = 1$ ou $\underline{v}(B) = 1$

3- $\underline{v}(A \rightarrow B) = 1 \Leftrightarrow \underline{v}(A) = 0$ ou $\underline{v}(B) = 1$

4- $\underline{v}(\neg\neg A) = \underline{v}(\neg A) \Rightarrow \underline{v}(\neg A) = \underline{v}(A)$

5- $\underline{v}(A \S B) = \underline{v}(\neg(A \S B)) \Rightarrow \underline{v}(A) = \underline{v}(\neg A)$ e $\underline{v}(B) = \underline{v}(\neg B)$ para $\S \in \{\rightarrow, \wedge, \vee\}$

6- $\underline{v}(\neg(A \wedge \neg A)) \neq \underline{v}(A \wedge \neg A)$

7- $\underline{v}(\neg(A \vee \neg A)) \neq \underline{v}(A \vee \neg A)$

Teorema 5: o conjunto V_π é um conjunto de valorações associadas de π.

5.11.2- O SISTEMA π^D

A linguagem de π^D é aquela de π com o acréscimo de um novo conectivo unário "O", que significa "é obrigatório que". As fórmulas são definidas de modo usual. Os postulados de π^D são os de π mais:

$\pi_D 1$- $O(A \rightarrow B) \rightarrow (OA \rightarrow OB)$

π_D2- $OA\rightarrow\neg O\neg A$

π_D3- $\neg O\neg A\rightarrow O\neg O\neg A$

π_D4- $A^{\circ}\rightarrow(OA)^{\circ}$

π_D5- $\dfrac{A}{OA}$

FA =def $O\neg A$ (FA significa “é vedado que A”)

PA =def $\neg O\neg A$ (PA significa “é permitido que A”)

Teorema 6: π^D tem as seguintes teses:

T1- $OA\rightarrow O(A\vee B)$

T2- $OB\rightarrow O(A\vee B)$

T3- $O(A\wedge B)\leftrightarrow OA\wedge OB$

T4- $OA\rightarrow O(B\rightarrow A)$

T5- $OA\rightarrow(OB\rightarrow O(A\wedge B))$

T6- $O(A\rightarrow C)\rightarrow(O(B\rightarrow C)\rightarrow((OA\vee OB)\rightarrow OC)$

T7- $O\neg(A\vee\neg A)\rightarrow O(A\rightarrow B)$

T8- $(O\neg A\wedge O\neg(A\wedge\neg A))\rightarrow O(A\rightarrow B)$

T9- $OA\vee(A\rightarrow B)$

T10- $O(A\wedge\neg A)\vee O\neg(A\wedge\neg A)$

T11- $(O(A\wedge\neg A)\wedge O\neg(A\wedge\neg A))\rightarrow OB$

T12- $O\neg(O(A\wedge\neg A)\wedge O\neg(A\wedge\neg A))$

T13- $O(A\vee\neg A)\vee O\neg(A\vee\neg A)$

T14- $O\neg(A\vee\neg A)\rightarrow(O(A\wedge\neg A)\rightarrow OB)$

T15- $OA\vee O\neg(A\wedge\neg A)$

T16- $O\neg A\vee O\neg(A\vee\neg A)$

T17- $O\neg(O(A\vee\neg A)\wedge O\neg(A\vee\neg A))$

T18- $(O(A\wedge\neg A))^{\text{♀}}$

T19- $(O\neg(A\vee\neg A))^{\text{♀}}$

T20- $(O(A\vee\neg A))^{\text{♀}}$

T21- $(OA)^{\text{♀♀}}$

T22- $O(A\rightarrow B)\rightarrow((OA\rightarrow(OB\rightarrow O\neg(B\vee\neg B)))\rightarrow(OA\rightarrow O\neg(A\vee\neg A)))$

T23- $((OA\rightarrow O\neg(A\vee\neg A))\rightarrow O\neg((OA\rightarrow O\neg(A\vee\neg A))\vee O\neg(OA\rightarrow O\neg(A\vee\neg A))))\rightarrow OA$

T24- $(O\neg(A\wedge\neg A)\wedge O(B\vee\neg B))\rightarrow(O(\neg B\rightarrow\neg A)\rightarrow O(A\rightarrow B))$

T25- $(O\neg(B\wedge\neg B)\wedge O(A\vee\neg A))\rightarrow(O(A\rightarrow B)\rightarrow(O\neg B\rightarrow\neg A))$

T26- $(OA)^{\text{♀}}\rightarrow(OA\rightarrow O\neg\neg A)$

T27- $(OA)^{\text{♀}}\rightarrow(O\neg\neg A\rightarrow OA)$

Teorema 7: os esquemas seguintes não são válidos em π^{D}:

1- $O\neg(A\wedge\neg A)$

2- $O(A\wedge\neg A)\rightarrow OB$

3- $OA\wedge O\neg A\rightarrow OB$

4- $OA\leftrightarrow O\neg\neg A$

5- $O(A\vee\neg A)$

6- $O(A\vee\neg A)\rightarrow OB$

7- $(OA\rightarrow O\neg A)\rightarrow O\neg A$

8- $O\neg A\vee O\neg\neg A$

9- $O(A\rightarrow B)\rightarrow((OA\rightarrow O\neg B)\rightarrow O\neg A)$

10- $(O\neg B\rightarrow O\neg A)\rightarrow O(A\rightarrow B)$

11- $O(A\rightarrow B)\rightarrow(O\neg B\rightarrow O\neg A)$

12- $O\neg A\rightarrow O(A\rightarrow B)$

13- $O\neg(A\rightarrow A)\rightarrow OB$

14- $O\neg(A\vee B)\leftrightarrow(O\neg A\wedge O\neg B)$

15- $O\neg(A\wedge B)\leftrightarrow(O\neg A\vee O\neg B)$

16- $O(A\rightarrow B)\rightarrow O\neg(A\wedge\neg B)$

17- $O\neg(A\wedge\neg B)\rightarrow O(A\rightarrow B)$

18- $O\neg\neg(A\vee\neg A)$

π^D é uma base para as teorias que hospedam dilemas morais e teorias que são logicamente inconsistentes, mas não banais. O paradoxo de Ross é uma tese de $\pi^D(T1)$. O paradoxo da obrigação derivada é não é derivável em π^D: *"questo prova que l'<<obbligo derivato>> non è un caso speciale del paradosso di Ross, in π_D i due paradossi sono nettamente distinti".*[89]

[89] GRANA. ibid., p. 64.

5..11.3- A SEMÂNTICA DE π^D

Para a formulação de uma semântica de mundos possíveis para π^D consideramos uma estrutura do tipo $<W, R, \Vdash>$ onde W é um conjunto não vazio, R é uma relação binária entre os mundos, e $\Vdash$ é uma relação entre os mundos e as fórmulas de π^D. Onde $w \in W$ e a fórmula A estão em relação de $\Vdash$, escrevemos $w \Vdash A$ (w força A); $w \nVdash A$, onde w não força A.

Supondo que $w_1, w_2 \in W$; $w_1 R w_2$ significa que w_2 é deonticamente acessível a w_1. A estrutura $<W,R,\Vdash>$ é dita ser uma π^D-estrutura quando tem-se, para todos os mundos W e W' e para toda a fórmula A e B:

1- $w \Vdash (A \wedge B) \Leftrightarrow w \Vdash A = w \Vdash B$

2- $w \Vdash (A \vee B) \Leftrightarrow w \Vdash A$ ou $w \Vdash B$

3- $w \Vdash (A \rightarrow B) \Leftrightarrow w \nVdash A$ ou $w \Vdash B$

4- $w \Vdash (\neg\neg A) = w \Vdash (\neg A) \Rightarrow w \Vdash (\neg A) = \Vdash (A)$

5- $w \Vdash (A \S B) = A \Vdash (\neg(A \S B)) \Rightarrow w \Vdash (A) = w \Vdash (\neg A)$ e $w \Vdash (B) = w \Vdash (\neg B)$ para $\S \in \{\rightarrow, \wedge, \vee\}$

6- $w \Vdash (\neg(A \wedge \neg A)) \neq w \Vdash (A \wedge \neg A)$

7- $w \Vdash (\neg(A \vee \neg A)) \neq w \Vdash (A \vee \neg A)$

8- $w \Vdash OA \Leftrightarrow w' \Vdash A$, para todos os w': wRw'

9- $w \Vdash A^{\circ} \Rightarrow w \Vdash (OA)^{\circ}$

A partir da semântica descrita, é possível definir o conceito de validade de uma fórmula, bem como o correspondente conceito de conseqüência semântica; $|{==}$ A significa que A é forçada em qualquer mundo de qualquer estrutura que força toda fórmula de π^D.

Os sistemas π e π^D derrogam tanto o princípio da não contradição como o princípio do terceiro excluído. Mas esta derrogação, para evitar as conseqüências do princípio *ex falso*, possui um custo. Os dois sistemas eliminam, como formas válidas de inferências, certas derivações tradicionais:

> así, por ejemplo, en el sistema π^D, tenemos que los análogos deônticos del principio de contradicción, del argumento por el absurdo, del tercero excluído, de la doble negación interna, así como el principio de Duns, están excluídos como tesis inválidas en el sistema. Ahora bien, cabe preguntarse si esta forma heroica de evitar el riesgo de trivialización normativa no empobrece excesivamente el instrumental deductivo a que el jurista podría recurrir y se no refleja suficcientemente las formas inferenciales que utiliza inocentemente. Y, filosóficamente, cabe preguntar se la novedosa noción de racionalidad que de esa suerte se introduce, aunque permita encarar derivaciones lógicas en códigos normativos inconsistentes e incompletos, no lleva a preferir un sistema lógico que sólo es capaz de reconstruir un segmento menor del discurso racional latu sensu de los juristas[90].

[90] PUGA; DA COSTA; VERNENGO. *Sobre algunas lógicas paraclásicas y el análisis del razonamiento juridico*. Versão datilografada. p. 12.

Capítulo VI

CONCLUSÃO

A partir da lógica deôntica paraconsistente é possível visualizar um novo horizonte no difícil percurso da lógica deôntica. O surgimento dos diversos paradoxos veio a dificultar o seu progresso, mas combinando-a com a lógica paraconsistente, é possível redefini-los e compreendê-los melhor, numa perspectiva mais ampla e mais flexível.

A idéia da lógica admitir a possibilidade de contradições verdadeiras contraria uma antiga tradição, desde ARISTÓTELES até pensadores como TARSKI:

> Duas maneiras diametralmente opostas de abordar as antinomias podem ser encontradas na literatura sobre o assunto. Uma consiste em desconsiderá-las, tratá-las como sofismas ou como jogos que, antes de serem sérios, são maliciosos e não pretendem mais que mostrar a esperteza de quem os formula. A abordagem oposta é característica de certos pensadores do século XIX, estando ainda representada, ou pelo menos estava até há pouco, em algumas partes do globo. De acordo com essa abordagem, as antinomias constituem elemento essencial do pensamento humano; devem aparecer intermitentemente nas atividades intelectuais e sua presença é a fonte básica do progresso real. Como sempre acontece, a verdade deve estar em algum lugar entre ambas. Pessoalmente, como um lógico, não posso reconciliar-me com as antinomias como um elemento permanente de nosso sistema de conhecimento. Entretanto, não estou disposto a tratá-las superficialmente. O aparecimento de uma antinomia é, para mim, sintoma de uma doença. Começando com premissas que parecem intuitivamente óbvias, usando formas de raciocínio que nos parecem intuitivamente certas, uma antinomia nos leva ao sem-sentido - uma contradição. Sempre que isso acontece, temos de submeter nossos modos de pensar a uma completa revisão: rejeitar algumas premissas nas quais acreditávamos ou melhorar algumas das formas de argumentação que vínhamos usando. Fazemos isso na esperança de não apenas de que a antiga antinomia seja descartada, mas também de que nenhuma nova antinomia apareça. Para esse fim, testamos nosso reformulado sistema de raciocínio através de todos os meios disponíveis e, antes de mais nada, tentamos reconstruir a antiga antinomia no novo sistema. Esse teste é uma atividade particularmente importante no domínio do raciocínio especulativo, semelhante ao fazer experimentos cruciais nas ciências empíricas. [91]

Não constitui tarefa simples esta mudança de paradigma, a fim de uma visão mais ampla. São necessárias motivações bastante fortes para justificarem a admissão da

---

[91] TARSKI, Alfred. *Verdade e Demonstração.* Trad. Jesus Paula de Assis. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência.* Campinas, série 3, 1 (1), jan-jul. 1991. p. 91-123.

contradição e das lógicas paraconsistentes, o que ocorre atualmente.

Desde o fato de que um código normativo pode conter normas contraditórias e inconsistências, até a atividade decisória do juiz, que lida com versões de fatos e argumentos contraditórios, podendo ter que solucionar casos em que as normas e princípios existentes entram necessariamente em conflito, ou onde os critérios de resolução de antinomias não permitem em última instância decidir qual de duas normas antinômicas deve prevalecer, demonstram que há motivações bastante convincentes para admissão de uma lógica deôntica paraconsistente pela Ciência do Direito.

As conseqüências desta adoção não se resumem à possibilidade do trato com inconsistências. Há repercussões importantes para o que poderíamos denominar de epistemologia da Ciência do Direito, ou seus próprios fundamentos. A pluralidade de sistemas lógicos demonstra que a lógica, como qualquer campo do conhecimento, não é uma ciência imutável, nem que há princípios ou métodos absolutos, como o princípio da não contradição. Toda atividade científica evolui historicamente, portanto, não há ciência pronta e acabada.

A adoção desta postura epistemológica mais flexível constesta naturalmente diversas ideologias conservadoras enraizadas na Ciência do Direito, como o jusnaturalismo e o neopositivismo.

O próprio KELSEN, ao final de sua vida, em correspondência com KLUG, reconheceu a importância dos conceitos da lógica para a Ciência do Direito: *"Se eu hoje houvesse mais de uma vez de começar, estudaria em primeiro lugar a Lógica matemática".*[92]

---

[92] KELSEN, Hans; KLUG, Ulrich. *Normas Jurídicas e Análises Lógicas.* Trad. Paulo Bonavides. Rio de Janeiro, Forense, 1984. p. 106.

De um ponto de vista mais formal, podemos apontar ainda algumas possibilidades não desenvolvidas neste trabalho, mas que poderão ser objeto de investigação futura.

É possível num sistema como VD inserir três operadores de preferência, para a formalização do critério cronológico, hierárquico e de especialidade. Tal sistema poderia analisar as relações formais entre estes critérios.

A lógica deôntica paraconsistente opera com duas classes de negações, a negação forte, clássica, e a negação fraca. Seria possível reconstruir os hexágonos lógico-normativos de BLANCHET, a partir da negação fraca, reordenando as relações entre os operadores deônticos.

Lógicas multidedutivas possibilitam mapear as diferentes conclusões ou sentenças judiciais que podem ser inferidas a partir de um mesmo conjunto de premissas.

Da mesma forma, é possível aplicar sistemas lógicos já desenvolvidos por DA COSTA, como a lógica da verdade pragmática, em inferências indutivas que ocorrem no raciocínio jurídico.

Por fim, a lógica de ZADEH, denominada *fuzzy sets* ou lógica de predicados vagos, pode ser utilizada para precisar a semântica de termos vagos na linguagem jurídica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÅQVIST, Lennart. *Deontic Logic*. In: *Handbook of Philosophical Logic. Vol. II: Extensions of Classical Logic*. D. Gabbay e F. Guenthner. eds. p. 605-714. Dorderecht, Kluwer Academic Publishers, 1984.

ÅQVIST, Lennart. *How to handle the liar paradox in modal logic with sentential quantifiers and its own truth predicate.Theoretical Linguistics*, v. 1, p. 111-129, 1982.

BACHELARD, Gaston. *A filosofia do não.* Trad. José Joaquim Moura Ramos et. al. Col. Pensadores. São Paulo, Abril Cultural, 1978.

BÉZIAU, Jean-Yves. *Applications de la logique paraconsistante a la Justice et au Droit*. In: *A Filosofia, Hoje. Anais do V Congresso Brasileiro de Filosofia.* v. II. São Paulo, Edição do Instituto Brasileiro de Filosofia, p.1119-1128, 1998.

BOBBIO, Norberto. *Teoria General del Derecho.* 2ª ed., 3ª reimp. Santa Fé de Bogotá, Editorial Temis, 1999.

CELLA, José Renato Gaziero; SERBENA, Cesar A. *A Lógica Deôntica Paraconsistente e os problemas jurídicos complexos*. In: *Anais do VI Congresso Brasileiro de Filosofia*. São Paulo, Edição do Instituto Brasileiro de Filosofia, 1999. (no prelo)

CERRO, Luis Fariñas del; DELGADO, Antonio Frias. *Razonamiento no monotono: un breve panorama.* Secção Monográfica Razonamento no monotono. _____ eds. *Theoria* - Segunda Época, Vol. X, n. 23, p. 7-26, 1995.

CHOMSKY, Noam. *Estruturas Sintáticas.* Lisboa, Edições 70, 1980.

CONTE, A.G. *Ricerca d'un paradosso deontico. Materiali per una semantica del linguaggio normativo*. In *Revista internazionale di filosofia del diritto,* IV Serie, LI, p. 481-511, 1974.

D'OTTAVIANO, I.M.L. *On the development of paraconsistent logic and Da Costa's work. The journal of Non Classical Logic,* Volume 7, N. 1/2, May-November, p. 111-122, 1990.

DA COSTA, N.C.A. *A importância Filosófica da Lógica Paraconsistente*. Trad. Décio Krause.*Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática,* 1990. Publicado originalmente em *Journal of Non Classical Logic*, v.1, n.1, p. 1-19, 1982.

_____. *New systems of Predicate Deontic Logic, The Journal of Non-Classical Logic,* Vol. 5, nº 2, novembro, p. 75-80, 1988.

_____. *Novos Fundamentos Para a Lógica Deôntica. Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática*, Curitiba, 2ª série, vol. 11, nº 1, p. 5-9, 1990.

_____. *O conhecimento científico.* São Paulo, Discurso Editorial, 1997.

_____. *Pragmatic probability. Erkenntnis,* 25, p. 141.162, 1986.

_____. *Sistemas formais inconsistentes*. Curitiba, Editora da UFPR,1993.

DA COSTA, N.C.A; PUGA, L.Z. *Sobre a Lógica Deôntica Não-Clássica. Crítica, XIX, nº 55, México.*

DA COSTA, Newton C. A. *As lógicas não-clássicas.* Folhetim (Suplemento do Jornal Folha de S. Paulo) 331, de 22-05-1983. Reproduzido em R. Carrion e N. C. A. da Costa. *Introdução à lógica elementar.* Ed. UFRGS, 1998.

_____. *Ensaio sobre os fundamentos da lógica.* São Paulo, Hucitec, Editora da Universidade de São Paulo, 1980.

GRANA, Nicola. *Logica Deontica Paraconsistente.* Napoli, Liguori Editore, 1990.

HEISENBERG, Werner. *Física e filosofia.* 4ª ed. Trad. Jorge Leal Ferreira. Brasília, Ed. Universidade de Brasília, 1998.

JORGENSEN, J.J. *Imperatives and logic. Erkenntnis, 7. p. 288-296, 1937-38.*

KELSEN, Hans. *Teoria Geral das Normas*. Trad. José Florentino Duarte. Porto Alegre, Sergio Antonio Fabris Editor, 1986.

KELSEN, Hans; KLUG, Ulrich. *Normas Jurídicas e Análises Lógicas*. Trad. Paulo Bonavides. Rio de Janeiro, Forense, 1984.

KRAUSE, Décio. *Apresentação de Sistemas Formais Inconsistentes*. Curitiba, Ed. da UFPR, 1993. p. xi-xii.

_____. *Introdução à Lógica Matemática: O Cálculo Proposicional.* Relatório Interno, Departamento de Matemática. Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 1991.

_____. *Notas de Lógica Matemática, I*. Versão datilografada.

MAZZARESE, Tecla. *Antinomie, paradossi, logica deontica. Rivista Internazionale di Filosofia del Diritto,* Itália, 4 série - LXI - p. 419-464, 1984.

MENDELSON, Elliot. *Introduction to Mathemathical Logic.* 3ª ed. New York, Chapman & Hall, 1987.

PRAKKEN, H.; SERGOT, M. *Contrary-to-duty Obligations. Studia Logica,* Polônia, vol. 57, n. 1, 1996.

PRIGOGINE, Ilya. *The Rediscovery of Time.* In: *Logic, Methodology and Philosophy of Science VIII.* J.E.Fenstad et al. eds. Elsevier Science Publishers B.V., p. 29-46, 1989.

PRIGOGINE, Ilya; STENGERS, Isabelle. *A nova aliança: metamorfose da ciência*. Trad. Miguel Faria e Maria Joaquina Machado Trincheira. Brasília, Editora Universidade de Brasília, 1984

PUGA, L. Z. *Uma lógica do querer, preliminares sobre um tema de Mally.* Tese para doutoramento em Matemática. São Paulo, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1985.

PUGA, L.Z.; DA COSTA, N.C.A; VERNENGO, R.J. *Derecho, moral y preferencias valorativas. Theoria, Segunda Época,* Ano V, nº 12-13, novembro, p. 9-29, 1990.

_____. *Normative logics, morality and law*, in *Experts systems in law.* A.Martino ed. Elsevier Sc. Pv., 1992.

_____. *Sobre algunas lógicas paraclásicas y el análisis del razonamiento jurídico.* Versão datilografada.

PUGA, L.Z.; DA COSTA,N.C.A. *Lógica deôntica e Direito. Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática,* 2ª série, vol. 8, 1987.

TARSKI, Alfred. *Verdade e Demonstração.* Trad. Jesus Paula de Assis. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência.* Campinas, série 3, 1 (1), jan-jul., p. 91.123, 1991.

VERNENGO, Roberto J. *Curso de Teoria General del Derecho.* Buenos Aires, Cooperadora de Derecho y Ciencias Sociales, 1976.

VON WRIGHT, Georg Henrik. *Norma y Accion, Una investigación lógica.* Trad. Pedro Garcia Ferrero.Madri, Ed. Tecnos, 1970.